Difs.
735(3

Diss.
135(3

<36638139590012

<36638139590012

Bayer. Staatsbibliothek

Ueber
Reibung und Steifigkeit der Seile
als
Hindernisse der Bewegung
bey Maschinen.

Nebst Sätzen

aus der angewandten Mathematik, Physik, praktischen Philosophie, Moral und Naturrecht,

welche

unter dem Vorsitze des ordentl. Lehrers der Mathematik

Ulrich Schiegg,

Bened. aus dem Reichsstifte Ottobeuern zur öffentlichen Prüfung auf der Universität zu Salzburg

aufstellt

Fr. Edmund Hochreiner,

Benedictiner zu st. Peter

den 24sten August 1796.

Salzburg,
gedruckt bey Fr. Xav. Duyle, Hof- und akad. Buchdrucker, und Buchhändler.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einleitung.

Was die Statik immer lehrt, stimmt nur in so ferne mit der Erfahrung überein, als man voraussetzen darf, daß keine Hindernisse eintreten, welche einen beträchtlichen Theil der Kräfte vereiteln, und die Wirkung, welche die Maschine für sich betrachtet hervorzubringen im Stande wäre, vermindern. Daß man dieses nicht voraussetzen dürfe, ist allenthalben bekannt; und es ist daher für jeden Mechaniker eine Sache von äußerster Wichtigkeit, noch ehe, als er eine Maschine zu einem bestimmten Zwecke wählt, genau angeben zu können, welche Hindernisse sich bey ihrem Gebrauche ergeben werden; wie viel diese betragen; wie ihnen vorzubeugen; wie sie wegzuschaffen, oder doch so viel möglich zu vermindern seyn.

Unter andern verdienen vorzüglich zwey Hindernisse bey dem Maschinenwesen alle Aufmerksamkeit, deren Einfluß auf die Wirkung der Maschine meistens sehr beträchtlich ist, und diese bey einer vernunftwidrigen Zusammensetzung der Theile nicht selten ganz unbrauchbar macht. Das erste Hinderniß entsteht aus dem Reiben

der Theile einer Maschine, und kann mit Recht als eine entgegenwirkende, sehr nachtheilige Kraft angesehen werden. Das zweyte kommt von der Steifigkeit der Seile her, welche bey den meisten Maschinen, die grosse Lasten heben sollen, nothwendig sind. Wie wichtig beyde seyn, und wie beträchtlich ihr Einfluß auf die Bewegung seyn könne, wird sich in der Folge zeigen.

Es hat zwar den Naturforschern ungeachtet aller angewandten Mühe noch nicht gelungen, allgemein gültige Regeln in Betreff dieser Hindernisse festzusetzen; und selbst Muschenbröck mußte bekennen, daß in dieser Rücksicht die Mechanik noch immer sehr unvollkommen sey, und daß manches darin vorkomme, was noch nicht unter untrügliche Regeln hat können gebracht werden. Indessen konnte man doch die Gränzen beyder Hindernisse bestimmen, welche, wo nicht zu einer ganz genauen, doch zu einer von der Wahrheit nicht gar zu weit abweichenden Schätzung des Widerstandes führen, der aus ihnen entsteht.

Wenn ich nun gleichwohl keine neuen Entdeckungen über Reibung und Steifigkeit der Seile bekannt mache, oder überhaupt nicht mehr leiste, als bisher von wichtigen Männern geschehen ist; so glaube ich doch keine ganz unnütze Arbeit zu unternehmen, wenn ich das, was in verschiedenen Werken eines Belidor, Muschenbröck, Kästner, Vega, Büsch, Coulomb u. a. mehr oder minder glücklich über diese zwey Gegenstände ist abgehandelt wor-

worden, ins Kurze zusammenziehe, und dann so viel möglich allgemeine Resultate ableite, um nachmals ihre Anwendung in den gewöhnlichsten Fällen des bürgerlichen Lebens darthun zu können.

I.

Ueber Reibung.

A. Erfahrungen.

§. 1.

Es versteht sich von selbst, daß man aus der Erfahrung die nöthigen Data einhollen müsse, ehe man es unternimmt, über die Reibung zu räsonniren.

Die Erfahrung lehrt, daß eine Kraft erfordert werde, wenn man einen auf einer horizontalen Fläche ruhenden Körper nach eben dieser Richtung bewegen will, und daß diese Kraft desto grösser seyn müsse, je schwerer der Körper ist. Diese allgemein bekannte Erscheinung rührt wahrscheinlicher Weise nicht von der Schwere des Körpers her, weil ihre Wirkung auf den Körper von seiner Unterlage getragen und zernichtet wird; wo folglich die bewegende Kraft den Körper nur als Materie vor sich findet, die nach der horizontalen Richtung keine Schwere hat. Es sollte daher jede mindeste Kraft schon zureichen, den schwersten Körper in Bewegung zu bringen.

Noch weniger Wahrscheinlichkeit hat es, daß die Trägheit, die weiter nichts ist, als ein blosses Unvermögen der Körper, von selbst, und ohne alle äussere Bestimmung eine Bewegung anzufangen, oder abzuändern, der Grund dieser Erscheinung sey.

Eine weitere Erfahrung lehrt, daß die Kraft, welche zur horizontalen Bewegung eines Körpers erfordert wird, um desto grösser seyn müsse, je rauher die Fläche ist, über die der Körper bewegt wird. Hieraus erhellet, daß der Unterschied der Kräfte, die zur Bewegung eines und des nämlichen Körpers auf verschiedenen weniger oder mehr glatten Horizontalflächen müssen angewandt werden, nur von den Rauhigkeiten der Flächen, die sich aneinander reiben, herrühren könne. Es ist auch wirklich kein Körper so eben und glatt, daß er gar keine Erhöhungen und Vertiefungen habe, ob sie gleich dem blossen unbewaffneten Auge unbemerkbar bleiben. Stellt man sich vor, daß von zwey aufeinander liegenden Körpern die Erhöhungen der Theile des einen in die Vertiefungen des andern einpassen; so kann keine horizontale Bewegung erfolgen, und ein Körper kann über den andern nicht fortgeschoben werden, ohne daß die bewegende Kraft ihn entweder 1) aus den Vertiefungen immer aushebe, oder 2) die Hervorragungen, wenn sie elastisch sind, niederbeuge, oder 3) wenn sie hart sind, abbreche. Welche aus diesen Hypothesen die wahrscheinlichste sey, und welche jedesmal wirklich eintreffe, will ich hier nicht entscheiden: vielmehr halte ich

dafür,

dafür, daß gemeiniglich alle drey Fälle nur in verschiedenen Verhältnissen eintreten. Indessen bleibt es allemal richtig, daß, je unebener und rauher die reibenden Flächen sind, desto grösser die Friction seyn müsse. Eben so wird begreiflich, daß, je genauer die Hervorragungen des einen Körpers mit den Vertiefungen des andern übereinstim̃en, desto mehrere Kraft zur Bewegung nothwendig sey. Auch läßt sich daraus erklären, daß gleichartige Körper sich stärker, als ungleichartige reiben. Man wählt daher zu jenen Theilen der Maschinen, welche ohne Reibung sich nicht bewegen können, nicht nur harte Körper, um ihnen eine feinere Politur geben zu können, sondern man beobachtet auch den wichtigen Umstand, daß z. B. Stahl über Meßing, Holz über Metall u. s. f. überhaupt Körper von ungleicher Materie übereinander bewegt werden.

§. 2.

Die Grösse der Friction läßt sich aus pur theoretischen Gründen um so weniger bestimmen, als es noch immer, wenigstens zum Theil, ungewiß ist, wodurch der Widerstand des Reibens eigentlich verursacht werde; und wenn es auch eine ausgemachte Sache wäre, daß der reibende Körper von der Kraft aus den Vertiefungen müßte ausgehoben werden; so wißte man doch nicht, von welcher Gestalt die Hervorragungeu sowohl des einen, als die Vertiefungen des andern Körpers wären; viel weniger könnte von jenem Verhältnisse etwas Zuverläßiges ange=

angegeben werden, welches bey ungleichartigen Körpern Statt findet.

Parent und Belidor sehen die Erhabenheiten zweyer sich reibenden Flächen als Halbkugeln von gleicher Grösse an, deren jede der oberen drey der unteren so berührt, daß alle vier Halbkugeln mit ihren Mittelpunkten in den vier Spitzen eines Tetraeders liegen. Sie nehmen ferner an, eine Kraft ziehe die obere Kugel mit der auf ihr ruhenden Last nach einer wagerechten Richtung fort, und berechnen aus den Gesetzen der schiefen Ebene, wie sich diese Kraft gegen die ganze Last der oberen Halbkugel verhalten müsse, um sie im Gleichgewichte zu erhalten, wenn eine, oder zwey von den untern Kugeln weggenommen würden. Das Verhältniß, welches sich hier zwischen Kraft und Last ergiebt, ist $1 : \sqrt{8}$. Sie machten daher den Schluß, daß an jeder Stelle sich der Widerstand aus der Reibung zum Druck verhalte, wie $1 : \sqrt{8}$, wofür Parent $7 : 20$, Belidor hingegen $173 : 489$ setzte.

Was immer für eine Beschaffenheit es mit diesem Verhältniß haben mag, so wird doch nicht leicht jemand zugeben können, daß die an den Flächen der Körper hervorragenden Theile lauter Halbkugeln seyn, für die kein mindester Grund der Wahrscheinlichkeit, so wie jede andere bestimmte Gestalt, sich aufbringen läßt. Es bleibt also, um die Grösse der Reibung zu bestimmen, kein anderer Weg offen, als jener der Erfahrung.

§. 3.

§. 3.

Schon am Ende des vorigen Jahrhunderts untersuchte Amontons die Friction bey verschiedenen Körpern. Seine Zurüstung war äusserst einfach; er brachte verschiedene Ebnen in eine vollkommen wagerechte Lage, legte einen gleichfalls ebnen Körper z. B. ein Parallelepipedum darauf, an welchem er einen Faden, der durch des Körpers Schwerpunkt gieng, befestigte, und führte solchen in horizontaler Richtung über eine Rolle; hieng an das Ende des Fadens eine Wagschale von bekanntem Gewichte, in die er nachmals so viel Gewicht einlegte, bis die Bewegung ihren Anfang nahm. Dieß geschah, als die angehängten Gewichte mit Einschluß der Wagschale beynahe den dritten Theil vom Gewichte des bewegten Körpers ausmachten. Er wiederholte diesen Versuch öfter, und gab dem reibenden Körper bald eine grössere, bald eine kleinere Grundfläche; fand aber zu seiner Verwunderung, daß immer einerley Gewicht zur Ueberwindung des Widerstandes erfordert werde. Amontons hielt sich daher berechtigt, den Schluß machen zu können, daß die Reibung dem dritten Theile des Drucks gleich sey, und daß die grössern und kleinern Flächen zur Vermehrung oder Verminderung des Hindernisses wenig oder gar nichts beytragen. Leupold, und Belidor stellten ähnliche Versuche an, und ihre Erfahrungen stimmten mit den Amontonsschen ohne merklichen Unterschied überein. Eben so erhielten Camus, und Desaguliers beynahe das nämliche Resultat.

Bey allen diesen Versuchen scheint sonderbar zu seyn, daß das Reiben bloß nach dem Drucke sich richten soll, da doch der Widerstand nicht wohl einer andern Ursache, als den eingreifenden Erhöhungen und Vertiefungen zugeschrieben werden kann, deren es desto mehrere giebt, je grösser die in Berührung gebrachten Flächen sind. Man sollte vielmehr erwarten, daß sich das Reiben hauptsächlich nach der Grösse der Flächen richte, wo nämlich recht viele Theile aus den Vertiefnngen müßten ausgehoben werden. Doch die Versuche gaben auch alsdann das Gegentheil an, wann die reibenden Flächen bis auf die Hälfte vermehrt oder vermindert wurden. Die Ursache dieser Erscheinung wird ganz begreiflich, wenn man sich, wie Herr Kästner sagt, die Flächen des Körpers, der bewegt werden soll, und der etwa 6 ℔ im Gewichte hält, in Quadratzolle eingetheilt vorstellt, und bey der schmalen z. B. 5., bey der breiten 50 Zolle annimmt. Im ersten Falle wird ein jeder Quadratzoll von einem Gewichte $= \frac{6}{5}$ ℔, im zweyten aber nur $= \frac{6}{50}$ ℔ gedruckt. Stellt man sich nun die rauhen, und ungleichen Theile der Flächen gleichförmig verbreitet vor, so werden so viele solcher Theilchen, als ein Quadratzoll enthält, zehnmal stärker gegen die Rauhigkeiten des Bodens gedrückt, wenn die schmale, als wenn die breite Seite unten liegt: dort werden wenige rauhe Theile stark; hier viele schwach in einander gedrückt. Wenn also der Widerstand bey der Reibung hauptsächlich in der Aushebung der in die Vertiefungen eingedrückten Theilchen besteht, so kann diese Erklärung mit Recht als zureichend angenommen werden.

Die erwähnten Erfahrungen stimmen zwar ziemlich gut miteinander überein; indessen kann doch aus ihnen die Größe der Reibung schon aus dem Grunde nicht vollkommen genau bestimmt werden, weil man durch dergleichen Versuche eigentlich nur die Gränzen findet, zwischen welche das Reiben fällt. Denn ehe die Bewewegung anfieng, betrug das an den Faden gehängte Gewicht weniger, als der von dem Reiben verursachte Widerstand; bey erfolgter Bewegung betrug es mehr. Es können also die Gränzen bloß sehr enge zusammengebracht werden, wenn man die Gewichte immer nur um was weniges vermehrt.

Ferner ergiebt sich bey Versuchen nach Amontons Methode ein zweyter sehr bedenklicher Umstand, der einer genauen Bestimmung der Frictionsgröße im Wege steht. Das Reiben der Rolle kömmt hier mit ins Spiel, welches von der Friction des Körpers ganz unterschieden ist, in dem Versuche aber vor jenem nicht unterschieden werden kann. Zwar scheint dieses Hinderniß ganz unbeträchtlich zu seyn; allein wenn es auf Bestimmungen im Kleinen ankömmt, so muß auch auf jede Kleinigkeit Rücksicht genommen werden. Es muß also das Reiben der Rolle, die in diesem Falle die Stelle eines rechtwinklichten Hebels vertritt, entweder besonders untersucht, und genau bekannt werden, bevor man mit den Versuchen einer horizontalen Ebne ausreichen will; oder man muß Versuche anstellen, wo weder eine Rolle, noch etwas anderes einen nachtheiligen Einfluß haben kann.

Die

Die schiefe Ebne dürfte dazu vielleicht die besten Dienste leisten.

§. 4.

Man wählt zu diesem Ende eine oder mehrere ganz glatte Flächen aus verschiedener Materie, auf die, wenn sie anfänglich in horizontale Lage gebracht sind, der Körper, dessen Reibung man untersuchen will, gelegt wird. Die ebne Unterlage wird an einem Ende nach und nach erhoben, so daß sie mit dem Horizont einen immer größern Winkel macht, bis endlich der aufliegende Körper zu gleiten anfängt. Wird nun dieser Winkel genau untersucht, so kann aus ihm die Größe der Reibung für diesen Fall hergeleitet werden. Es ist nämlich hier die Friction der respectiven Schwere vollkommen gleich; denn wenn kein Reiben wäre, so müßte der Körper, so bald die Fläche sich nur um etwas zu neigen anfängt, schon auf derselben herabgleiten, weil sein Schwerpunkt in einer solchen Lage der Erde schon näher kommen kann; allein dieß geschieht erst, nachdem die Fläche schon einen merklich großen Winkel mit dem Horizonte macht. Bis dahin wird also der Körper bloß durch das Reiben so zurückgehalten, als wenn ihn eine der respectiven Schwere das Gleichgewicht haltende Kraft zurückhielte. Ist nun die respective Schwere bekannt, die sich bey einem genau bekannten Winkel mit eben so vieler Genauigkeit bestimmen läßt, so kann die Größe der Reibung nicht mehr verborgen seyn.

Wirklich haben Belidor, und Bilfinger nach dieser Methode viele Versuche angestellt. Jener fand den Ruhewinkel = 18° 20′, und leitete daraus das Verhältniß ab, welches zwischen der Reibung und dem Drucke des Körpers auf die Fläche statt haben solle, und 33136 : 100000, oder sehr nahe 1 : 3 war. Belidors Versuche hätten also Amontons Angabe sehr gut bestätiget. Bilfinger hingegen fand bey seinen Ebnen, die vermuthlich aus einer härtern Materie bestunden, und eine feine Politur erhalten haben, den Ruhewinkel allemal zwischen 12 und 15 Grad. Nimmt man hievon das Mittel = $13\frac{1}{3}$ Grad, so ist die respective Schwere, und folglich die Größe des Reibens = 0, 24, oder beynahe $\frac{1}{4}$ des Drucks.

Bey so beträchtlich verschiedenen Resultaten muß man nothwendig auf den Gedanken verfallen, daß entweder Belidor, oder Bilfinger seine Versuche nicht mit der nöthigen Vorsicht und mit hinlänglicher Genauigkeit angestellt habe, oder daß auch bey dieser Methode ganz unübersteigliche Schwierigkeiten vorfallen, die für die Größe der Friction keine Gewißheit gestatten. Herr Hofr. Kästner macht zwar die Anmerkung, daß H. Bilfinger selbst durch seine Versuche nichts sicher entscheiden wolle; allein wenn man bedenkt, wie scher es sey, eine ganz genaue Ebne zu erhalten, den Ruhewinkel ohne Fehler abzumessen, und sich zu versichern, daß die Flächen durchgängig in allen ihren Theilen von einerley Beschaffenheit seyn; so wird es besonders durch diesen

leh-

letzten Umstand sehr begreiflich, daß es nicht wohl möglich ist, dergleichen Versuche mit jener Genauigkeit anzustellen, aus welchen allgemein gültige Resultate könnten abgeleitet werden. Will man auch zur höhern Mechanik seine Zuflucht nehmen, und die Größe der Friction aus dem Raume suchen, den der gleitende Körper in einer bestimmten Zeit durchläuft, so wird aus dem nämlichen Grunde die ganze Untersuchung unzuverläßig, und man gewinnt dadurch nicht einmal soviel, als die Theorie der niedern Mechanik anzugeben im Stande ist.

Man bleibt also auch mit den Versuchen auf der schiefen Ebne in einer Ungewißheit, die wegen einer Menge von Schwierigkeiten für die Größe der Reibung nichts genaues bestimmen läßt.

§. 5.

Die fleißigsten und sorgfältigsten Versuche über diesen Gegenstand haben ohne Zweifel Muschenbroek und Coulomb angestellt, und sich eben dadurch zugleich versichert, daß man kein allgemein gültiges Gesetz für das Reiben angeben könne. Der erstere ließ nach der Amontonsschen Methode Tannenholz über Tannenholz durch angebrachte Gewichte nach horizontaler Richtung fortschieben, und fand das Verhältniß zwischen Reibung und Druck = 1 : 4. Bey vermehrtem Drucke vermehrte sich zwar die Friction, aber in einem geringern Verhältniße. Als er Buxbaumholz zur Unterlage wählte, erhielt er anfänglich ein Verhältniß = 1 : 5, bey vermehrtem Gewicht

wichte 1 : 6, und endlich gar 1 : 8. An dem Eichenholze entdeckte er, daß, solange die Oberlage nicht beschwert ist, die Friction geringer sey, als bey dem Tannenholze; bey vermehrtem Drucke hingegen selbe sogar übersteige. Wenn er die Fasern der Oberlage mit dem der Unterlage sich durchkreuzen ließ, so war die Friction vorzüglich bey dem Tannenholz weit stärker, als bey gleichlaufenden Fibern.

Vergleicht man diese verschiedenen Resultate miteinander, so erhält man zwar dadurch eine untrügliche Probe, daß die Reibung ein Hinderniß der Bewegung sey, und meistens mit dem Drucke auf den reibenden Körper in einerley Verhältniße stehe, aber der eigentliche Betrag der Reibung läßt sich daraus nicht bestimmt ableiten.

Muschenbroek hofte in seinen Untersuchungen glücklicher zu seyn bey Umdrehungsmaschinen, welche in der ausübenden Mechanik ohnedieß die gewöhnlichsten sind. Er ließ sich daher eine hölzerne Welle, die 4 Zoll im Durchmesser hielt, und mit einer stählnern Axe versehen war, verfertigen. An jedem Ende der Axe ließ er zwey zilindrische Zapfen andrehen, wovon der innere einen halben, der äußere einen Viertelzoll zum Durchmesser hatte, um bey dieser Anrichtung mit dem nämlichen Instrumente erforschen zu können, ob bey vermehrter, oder verminderter Fläche die Reibung nicht gleichfalls vermehrt, oder vermindert werde. Diese Welle nun, die 3 ℔. wog, brachte er auf ein Gestell, welches mit

halb-

halbrunden Zapfenlagern versehen war, die er nach Belieben herausnehmen, und durch andere von verschiedenen Materien, z. B. Stahl, Zinn, Bley, Kupfer, Holz ꝛc. ersetzen konnte. An der Welle wurde ein feines äußerst biegsames Band befestiget, das über die Welle hieng, und an seinem Ende eine leichte Wagschale von bekanntem Gewichte trug, um in selbe soviel Gewicht einlegen zu können, als nöthig war, die Welle in Bewegung zu setzen. Nebst diesem hielt er noch verschiedene Gewichte in Bereitschaft, den Druck der Welle durch sie mittelst eines biegsamen Bandes vermehren zu können.

Die nach dieser Vorrichtung von Muschenbroek angestellten Versuche gaben für die Reibung folgende Verhältnisse.

I. Unterlagen von Guajakholz.

Gewicht oder Druck der Walze	Verhältniß der Reibung zum Druck bey trocknen, Zapfen	geölten
3 ℔ . . .	1 : $2\frac{2}{7}$	1 : 4
5 — . . .	1 : $3\frac{1}{3}$	1 : 4
7 — . . .	1 : 4	1 : 4
9 — . . .	1 : $3\frac{3}{5}$	1 : $3\frac{9}{20}$

II. Unterlagen vom harten Stahle.

3 ℔ . . .	1 : 4	1 : 6
5 — . . .	1 : $3\frac{7}{11}$	1 : 4
7 — . . .	1 : $3\frac{5}{17}$	1 : 4
9 — . . .	1 : $3\frac{9}{20}$	1 : $4\frac{4}{17}$

III. Unterlagen von Kupfer.

3 ℔	. . .	1 : 6	1 : 8
5 —	. . .	1 : 5	1 : $5\frac{5}{7}$
7 —	. . .	1 : $4\frac{2}{3}$	1 : $5\frac{3}{5}$
9 —	. . .	1 : $4\frac{11}{17}$	1 : $5\frac{7}{12}$

IV. Unterlagen von Meßing.

3 ℔	. . .	1 : 6	1 : 8
5 —	. . .	1 : $6\frac{2}{3}$	1 : 7
7 —	. , .	1 : 7	1 : $7\frac{7}{15}$
9 —	. . .	1 : $7\frac{1}{10}$	1 : $8\frac{2}{19}$

V. Unterlagen von Zinn.

3 ℔	. . .	1 : 4	1 : $4\frac{4}{5}$
5 —	. . .	1 : $3\frac{7}{11}$	1 : $4\frac{4}{9}$
7 —	. . .	1 : $3\frac{1}{9}$	1 : 4
9 —	. . .	1 : $3\frac{1}{10}$	1 : 4

VI. Unterlagen von Bley.

3 ℔	. . .	1 : 6	1 : 8
5 —	. . .	1 : $5\frac{5}{7}$	1 : $6\frac{2}{5}$
7 —	. . .	1 : 7	1 : 7
9 —	. . .	1 : $7\frac{2}{5}$	1 : $7\frac{1}{5}$

Aus diesen Versuchen kann nur soviel gefolgert werden, daß 1) Stahl auf Meßing am leichtesten laufe, und sich der Ordnung nach auf Bley, Kupfer, Guajakholz, Stahl, und Zinn mehr als auf Meßing reibe. 2) Daß die Friction bey so geringen Gewichten nicht genau im Verhältniße des Drucks wachse. 3) Daß

gleich=

gleichartige Körper vermuthlich wegen gleichartigen Hervorragungen, und Vertiefungen sich am stärksten reiben. Für die Größe der Reibung hingegen läßt sich daraus nichts genau bestimmen; vielweniger werden Amontons und Belidors Angaben dadurch geschwächt; da Muschenbroek seine Versuche nur sehr im Kleinen angestellt hat, und aus ihnen selbst erhellet, daß bey einigen auch fein polierten Unterlagen z. B. Stahl, Kupfer und Zinn die Reibung bey vermehrtem Gewichte mehr als verhältnißmäßig angewachsen sey; und sich daher auf große und schwere Maschinen kein sicherer Schluß daraus ziehen lasse. Wie wahr dieses sey, bestättigen folgende Versuche, die meistens im Großen bey einem Drucke von mehrern Zentnern angestellt wurden.

Herr Coulomb bediente sich mit der nöthigen Vorsicht der Amontonschen Methode. Nach dieser ließ er zuerst Eichenholz über Eichenholz, das nicht geschmiert, und bey drey verschiedenen Vesuchen mit 74, 874, 2474 ℔ beschwert war, hinrutschen; für die Reibung erhielt er einen Werth, der zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ des Drucks fiel. Die Ungleichheiten im Verhältniße verschwanden, sobald der Druck beträchtlich vermehrt wurde. Eichen- auf Fichtenholz gaben mehr als die Hälfte des Drucks; Fichten auf Fichten, und Ulmen auf Ulmen beynahe die Hälfte. Bey durchkreutzenden Fasern des Eichenholzes war die Reibung unter einer Last von 50 und 1650 ℔ beydemal nur sehr wenig über den vierten Theil des Drucks.

Nach

Nach der nämlichen Methode wurden die Versuche mit Metallen angestellt. Eisen auf Eichenholz gab für die Reibung den fünften, Eisen auf Eisen etwas mehr als den vierten, und endlich Eisen auf Meßing beynahe den vierten Theil des Drucks an. Herr Coulomb machte aber zugleich die Bemerkung, daß die Reibung zwischen Holz und Metall ihr maximum erst nach einer Ruhezeit von mehrern Stunden, ja zuweilen erst nach etlichen Tagen erhalte. Bey seinen übrigen Versuchen, wobey er sich der Schmieren bediente, war das Verhältniß durchgängig kleiner, und nach Verschiedenheit der reibenden Körper sehr verschieden.

Werden nun alle bisher erwähnte Erfahrungen zusammengestellt, so kann höchstens soviel daraus gefolgert werden, 1) daß die Friction bey den gewöhnlichsten Maschinen, die im bürgerlichen Leben gebraucht werden, und die ohnedieß nur selten eine feine Politur an den reibenden Theilen erhalten, nicht leicht größer als der dritte Theil des Drucks sey, und daß 2) die Größe der Reibung bey übrigens gleichen Umständen ohne beträchtliche Ausnahme der Größe des Drucks proportional sey. Man muß auch, wie Hr. Kästner erinnert, bey so allgemeinen Angaben sehr zufrieden seyn, wenn sie nur niemals sehr viel von der Wahrheit abweichen. Daß aber dieser Fall nicht leicht sich ereigne, wenn man bey größern Maschinen die Friction auf den dritten Theil des Drucks ansetzt, hat Belidor bey mancher wichtigen Ausführung hinlänglich erwiesen. Ueberhaupt ist es immer besser,

bey dem ersten Entwurf einer Maschine den Widerstand ein wenig zu groß, als zu klein in Anschlag zu bringen.

§. 6.

Was bisher über die Größe der Reibung ist angeführt worden, betrift nur die Friction für den ersten Augenblick, in welchem sich der Körper zu bewegen anfängt, welche sonst auch die Friction der Ruhe genennt wird. Nur die Kraft, welche erfordert wird, den ersten Anfang der Bewegung mitzutheilen, oder vielmehr nur die Gränzen, zwischen welchen der Widerstand der Friction eingeschlossen ist, können nach den angeführten Versuchen bestimmt werden. Wenn aber der reibende Körper sich schon wirklich mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit bewegt; so fragt sich, ob noch immer der nämliche Theil der bewegenden Kraft, der zur Friction der Ruhe nöthig war, auch ferner zur Ueberwindung der Friction der Bewegung angewandt werden müße.

Muschenbroek hält dafür, daß bey zunehmender Geschwindigkeit die Reibung größer werde, und zwar aus dem Grunde, weil die Maschinen, wenn gleichwohl die treibende Kraft ununterbrochen zu wirken fortfährt, in ihrer Geschwindigkeit nicht immer beschleunigt werden, sondern endlich in einen Beharrungsstand gerathen, in welchem ihre Geschwindigkeit nicht weiter zunimmt; wo also die Ueberwucht der Kraft über das Gleichgewicht gerade auf die Friction verwendet werden muß.

Aller=

Allerdings sollte man vermuthen, daß, gleichwie zur Vermehrung der Geschwindigkeit eine verstärkte Kraft nöthig ist, eben so auch zur öftern Aushebung aus den Vertiefungen, oder zur Abbrechung der reibenden Theile in der nämlichen Zeit eine Kraftvermehrung erfordert werde. Man weis nämlich aus der Erfahrung, wenn man Körper aneinander schleift, daß bey einem auch stärkern Drucke wenig ausgerichtet wird, wenn man den Körper nur langsam über den Schleifstein fortstreift, oder diesen sehr langsam unter jenem umdreht; da im Gegentheile bey einer schleunigen Bewegung, auch im Falle, daß der abzuschleifende Körper sehr leicht angedruckt wird, eine beträchtliche Wirkung, die nur in der Friction ihren Grund haben kann, hervorgebracht wird. Man könnte demnach als zuverläßig annehmen, daß die Friction der Bewegung jene der Ruhe übersteige, und bey einer schon in Bewegung versetzten Maschine die Reibung zu überwinden eine größere Kraft erfordert werde, als am Anfange.

Einer ganz entgegen gesetzten Meynung ist Euler. Er hält dafür, daß die Friction der Bewegung, und zwar so lange die Geschwindigkeit noch wächset, merklich; ja wohl um die Hälfte geringer sey, als die anfängliche, und nur im Beharrungstande ebenfalls unveränderlich bleibe. Soviel ist gewiß, daß der Druck eines schweren Körpers, der mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit auf einer Fläche fortgeschoben, oder um eine Axe getrieben wird, geringer werde, weil die Schwungs-

kräfte hier mit ins Spiel kommen, und da die Friction hauptsächlich mit dem Drucke im Verhältniße steht, könnte man vermuthen, weil dieser vermindert wird, daß auch die Reibung geringer werden müße. Allein Muschenbroeks und Segners Versuche hätten alsdenn gerade das Gegentheil von dem, was sie wirklich erfahren haben, angeben müssen.

Herr Coulomb macht einen Unterschied zwischen Holz und Metall, und bemerkt bey seinen Versuchen, daß dieses bey zunehmender Geschwindigkeit sich stärker, jenes schwächer reibe; beyde aber nach angenommener gleichförmigen Geschwindigkeit keine Frictionsabänderung mehr leiden.

Ich bin überhaupt der Meynung, daß bey einer Maschine, die nach und nach einen größern Grad von Geschwindigkeit erhält, noch manche Nebenursachen eintreten können, z. B. der Widerstand der Luft, die Adhäsion, die durch schnelle Bewegung erhitzten Theile u. s. f. die auf Kosten der Friction geschrieben werden; wo es gar wohl seyn kann, daß, was auf einer Seite die Geschwindigkeit erleichtert, auf der andern durch derley Nebenhindernisse wieder erschwert werde. Für meine Absicht kann aus dem ganzen nur soviel folgen, daß die Friction, die ohnehin in Rücksicht auf ihren Werth keine allgemeingültige genaue Bestimmung zuläßt, bey wirklicher Bewegung von der anfänglichen Reibung nicht beträchtlich verschieden sey. Ich vermuthe daher, nicht

ganz

ganz unrecht daran zu seyn, wenn ich in der Folge nur auf die letztere Rücksicht nehme.

B. Theorie.

§. 7.

Gleichwie in der Statik zur Berechnung des Gleichgewichtes zwischen Kraft und Last die einfachen Maschinen, aus welchen alle übrigen zusammengesetzt sind, vorzüglich in Betrachtung kommen; eben so muß die Reibung als Widerstand betrachtet, der entweder den nutzbaren Effect der Kraft vermindert, oder die widerstehende Last vergrößert, an den einfachen Maschinen aufgesucht, und in jedem Falle die wahre Kraft angegeben werden, welche zum Gleichgewichte sowohl mit der Last als mit der Friction erforderlich ist, um nachmals bey mehr zusammengesetzten Maschinen Gebrauch davon machen, und den gesammten aus der Friction herrührenden Widerstand berechnen zu können. Ist diese Kraft einmal bekannt, und wirklich an einer Maschine angebracht, so muß alsdenn jede mindeste Kraftvermehrung, oder jede auf was immer für eine Art hervorgebrachte anfängliche Geschwindigkeit eine fortwährende Bewegung verursachen.

Ich werde demnach die Reibung ohne Rücksicht auf die Steifigkeit der Seile 1) an dem wageförmigen Hebel, 2) an der festen Rolle, 3) an dem Wellrade, 4) an der beweglichen Rolle und Flaschenzuge, 5) an dem ge-

zahn-

zahnten Räderwerk, und endlich 6. auf der schiefen Ebne betrachten.

§. 8.

Friction an dem wageförmigen Hebel.

Nach der 1. Figur, welche eine gleicharmige Wage vorstellt, die vermittelst des zilindrischen Zapfens C D in den Pfannen der Scheere ruhet, werden anfänglich an beyden Enden der Arme gleiche Gewichte P und Q angehängt. Das Gewicht des Wagebalkens und der Schalen sey q; so wird der Zapfen in seinen Lagern mit einer Last $= P + Q + q = 2Q + q$ nach der Richtung C D angedrückt. Aus diesem Drucke entsteht nothwendig eine Reibung, die einen Theil, den ich f nennen will, des senkrechten Drucks beträgt, und hier $= f(2Q + q)$ ist. Wenn dieser Widerstand nebst der Last Q von der Kraft P solle überwunden werden: so muß der Kraft ein Zusatz $= p$ gemacht werden, wodurch sie nicht nur mit der Last, sondern auch mit der Reibung das Gleichgewicht halten kann.

Allein diese Kraftvermehrung p vermehrt selbst auch den Druck auf die Zapfenlager, so daß alsdann der ganze Druck $= 2Q + q + p$ gesetzt werden muß, wovon die Reibung $= f(2Q + q + p)$ ist, mit welcher der am Ende des Wagebalkens angebrachte Zusatz p im Gleichgewichte stehen soll.

Wird

Wird nun der Halbmesser des zilindrischen Zapfens r, und CB, oder der halbe Wagbalken A genannt, so kann der aus der Friction entspringende Widerstand als eine Last angesehen werden, welche in einer Entfernung = r vom Mittelpunkte der Bewegung angebracht ist, und von einer Kraft p dergestalt im Gleichgewichte soll erhalten werden, daß, wenn nur die allergeringste Kraft noch dazu kommt, ein wirklicher Ausschlag der Wage Statt finde. Die Frictiosmomente sind alsdenn

$$Ap = f\,(2\,Q + q + p)\,r$$

daraus findet man

$$p = \frac{fr\,(2\,Q + q)}{A - fr}$$

und die Gleichung für die gesammte zum Gleichgewichte erforderliche Kraft

P + p oder V wird seyn

$$V = \frac{AQ + (Q + q)\,fr}{A - fr}$$

Wird nach Belidor §. 249. $f = \frac{1}{3}$ des senkrechten Drucks, der halbe Wagebalken $A = 20$ Zoll, der Halbmesser des Zapfens $r = \frac{1}{2}$ Zoll, der Wage Gewicht $q = 20$ ℔, und in jeder Schale ein Gewicht von 150 ℔ angenommen; so ist

$$p = \frac{\frac{1}{6}\,(300 + 20)}{20 - \frac{1}{6}} = \frac{320}{119} = 2\,\frac{82}{119}\ ℔$$

Belidor fand ein ganz anderes Resultat; er stellte sich nämlich die Sache so vor, als wäre die Last zu gleichen Theilen auf beyden Seiten des Zapfens angebracht. Nun berechnete er aus der Summe einer unendlichen Reihe das Gewicht,

wel-

welches auf der Seite der Kraft zur Ueberwindung der Friction noch ferner anzubringen wäre, und setzte anstatt demselben an den Wagebalken ein gleichgeltendes Gewicht, das $\frac{r}{A}$, oder $\frac{1}{40}$ von jenem war. Er erhielt also für die Reibung 4 ℔ anstatt $2\frac{82}{119}$ ℔.

Wenn in dieser Aufgabe wirklich 4 ℔ wegen der Reibung erforderlich wären, so müßten auch die Frictionsmomente gleich seyn. Hier wäre aber eines
$= \frac{1}{3} \times 324 = 108$, das andere hingegen
$= 4 \times 40 = 160$. Belidor hat eben nicht daran gedacht, daß der am Wagebalken wegen der Friction nöthige Zusatz des Gewichts einen ganz anderen Druck, und folglich auch eine andere Friction verursache, als wenn er am Zapfen selbst angebracht wäre.

Wenn auch das Gewicht am Zapfen, welches mit der Friction das Gleichgewicht hält, vorläufig müßte gesucht werden; so könnte dieses ohne Summirung einer unendlichen Reihe durch obige Gleichung sehr leicht geschehen; man dürfte nur $A = r$ setzen, und es wäre

$$p = \frac{f(2Q + q)}{1 - f}$$

Bleibt in der Formel für die Kraft $p = \frac{fr(2Q + q)}{A - fr}$ das A unveränderlich, und r nimmt ab, so wächst in dem Bruche $\frac{r}{A - fr}$ der Nenner, und der Zähler wird

kleiner

kleiner; folglich nimmt auch der Werth des Bruches, und mit ihm die Friction ab; oder vielmehr bleibt bey gleichem Gewichte die Friction die nämliche, aber ihr Moment wird geringer.

Je dünner also der Zapfen in Vergleichung mit der Länge des Wagbalkens ist, desto weniger beträgt die Reibung. Daher muß man, um gute und empfindliche Wagen zu erhalten, dem Zapfen eine prismatische Gestalt geben, daß er mit der Schärfe auf den Lagern ruhe, und dadurch einen möglichst kleinen Durchmesser erhalte.

§. 9.

Bey dem ungleicharmigen Hebel findet alles, was von dem gleicharmigen gesagt worden, nur mit dem Unterschiede Statt, daß die Kraft P entweder kleiner oder grösser ist, als die Last Q. Es darf also hier P mit Q nicht verwechselt werden, wohl aber läßt sich für P sein Werth $= \frac{a\,Q}{A}$ setzen, wenn A den Hebelsarm der Kraft P, a hingegen die Entfernung der Last vom Ruhepunkte ausdrückt. Der gesammte Druck auf die Unterlagen, wenn p und q in obiger Bedeutung genommen werden, ist alsdenn

$$= Q + \frac{a\,Q}{A} + q + p = \left(\frac{A + a}{A}\right) Q + q + p,$$

und die zum Gleichgewichte mit der Reibung nöthige Kraft

$$p = fr\,\frac{((A + a)\,Q + A\,q)}{A\,(A - fr)}$$

folg-

folglich die ganze der Last und Reibung gleichgeltende Kraft

$$V = \frac{aQ}{A} + \frac{((A+a)Q + Aq)fr}{A(A-fr)}$$

Wird $a = A$ gesetzt, so ist der Hebel gleicharmig, und

$$V = \frac{AQ + (Q+q)fr}{A - fr}$$ wie oben.

Wenn die Kräfte nach schiefen Richtungen auf den wageförmigen Hebel wirken, ändert sich der senkrechte Druck; und können daher die bisherigen Formeln nicht ganz unbedingt auf dergleichen Fälle angewandt werden. Das mehre hierüber wird unten bey der Radwelle vorkommen.

§. 10.

Friction an der festen Rolle.

Die feste Rolle unterscheidet sich vom gleicharmigen Hebel, der sich um einen zilindrischen Zapfen bewegt, nur dadurch, daß die von dem Ruhepunkte auf die Richtungslinien der Kräfte gefällten Perpendikel immer dem Radius der Rolle gleich bleiben. Werden die Halbmesser der Rolle, und des Zapfens wieder mit A und r, das Gewicht der Rolle und des Seils mit q bezeichnet; so sind im Falle einer parallelen, und lothrechten Richtung der Kräfte die Frictionsmomente wie bey dem gleicharmigen Hebel

$$Ap = fr(2Q + q + p)$$

und die gesammte zum Gleichgewichte mit der Last und Reibung erforderliche Kraft

V =

$$V = \frac{AQ + fr(Q + q)}{A - fr}$$

$$= Q \times \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right) + \frac{frq}{A - fr}.$$

Der letzte Theil dieser Formel, wo q das Gewicht der Rolle bedeutet, kann in den meisten Fällen, besonders wenn der Halbmesser A nicht sehr klein ist, vernachläßiget werden. Er beträgt, wenn q = 4 ℔, f = $\frac{1}{3}$ angenommen wird, und r sich zu A verhält, wie 1 : 6, nicht mehr als $\frac{4}{19}$ ℔. Eine Größe, auf die in der ausübenden Mechanik eine Rücksicht zu nehmen selten nöthig ist.

Will man durch eine feste Rolle eine große Last heben, so darf der Durchmesser des Zapfens nicht zu klein seyn, wenn man der Gefahr sich nicht aussetzen will, daß er sich biege, oder gar abbreche. Um also das Frictionsmoment bey einem etwas stärkeren Zapfen so viel möglich zu vermindern, muß der Rolle ein grösserer Durchmesser gegeben werden.

Man nehme zum Beyspiel zwo Rollen B und b an, ihre Halbmesser seyn 6 und 4 Zolle, die Durchmesser der Zapfen beyderseits = 1 Zoll, die Last, welche von jeder soll gehoben werden = 100 ℔. Das Gewicht der grössern Rolle betrage 10, der kleinern 7 ℔; so ist, wenn f = $\frac{1}{3}$, die Friction

Bey

$$\text{bey } B = \frac{\frac{1}{3} \times 210}{12 - \frac{1}{3}} = \frac{210}{35} = 6 \text{ ℔}$$

$$b = \frac{\frac{1}{3} \times 207}{8 - \frac{1}{3}} = \frac{207}{23} = 9 \text{ ℔}$$

Wäre eine noch grössere Last angenommen worden, so hätte sich auch ein grösserer Unterschied ergeben.

Nimmt man anstatt der Rolle eine Walze an, wo $r = A$ wird; so ist die Reibung

$$p = \frac{f(P + Q + q)}{1 - f}$$

Hieraus läßt sich das Frictionsverhältniß oder der Werth für f ableiten, wo nämlich $f = \frac{p}{P + p + Q + q}$ wird. Setzt man P' gerade um so viel grösser, als Q, daß bey der geringsten Vermehrung die Walze sich zu drehen, anfängt, so ist $p = P' - Q$, und

$$f = \frac{P' - Q}{P' + Q + q}$$

§. 11.

Geschieht bey der festen Rolle in den Richtungen der Kräfte eine Abänderung, so verändert sich auch der senkrechte Druck, und mit ihm die Reibung; und zwar werdeu beyde an der Rolle und am Wellrade kleiner, bey dem wageförmigen Hebel hingegen grösser.

Es sey 2 Fig. eine feste Rolle, an welcher die Last Q senkrecht, die Kraft aber nach der Richtung bP wirkt.

Q ist

Q ist an der festen Rolle jedesmal = P. Werden nun aus dem Mittelpunkte c mit den Richtungen der Last und Kraft parallele Linien cn und ce gezogen, so stellen diese den Druck der Kräfte auf den Zapfen vor. Weil sie aber sich unter einem Winkel nce = bcd gegen einander neigen, so ist des Kräftenparallelogramms Diagonale cm die wahre Grösse des Drucks, der von der Kraft und Last verursacht wird. Soll dieser Druck D, das Gewicht der Rolle q, der Halbmesser des Zapfens und der Rolle wie bisher r und A heissen; so ist die Friction, oder die nöthige Kraftvermehrung

$$p = fr \frac{(D + q)}{A - fr}$$

Die Grösse des zusammengesetzten Drucks D = cm läßt sich bestimmen als Seite eines gleichschenklichten Dreyecks cme, in welchem ce = em, weil Q = P, und der Winkel cem = 180° — bcd, folglich auch die Winkel mce und emc = $\frac{1}{2}$ nce = $\frac{1}{2}$ bcd bekannt sind.

Nach diesen Angaben ist

$$D = \frac{Q \times \text{Sin. bcd}}{\text{Sin} \frac{1}{2} \text{bcd}}$$

Ist die Richtung der Kraft jener der Last gerade entgegengesetzt, so ist der Sin bcd = o, und daher auch D = o. Die Friction ist alsdenn = $\frac{frq}{A - fr}$ und komt nur allein vom Druck der Rolle her.

Wenn

Wenn die Richtung der Last Q gleichfalls schief ist, z. B. Fig. 2. nach βR, so wird der Winkel nce = bcd + βca. Setzt man überhaupt nce = ϕ, so ist auf jeden Fall an der festen Rolle der aus Last und Kraft zusammengesetzte Druck

$$D = \frac{Q \cdot \text{Sin}\ \phi}{\text{Sin}\ \frac{1}{2}\ \phi}$$

§. 12.

Friction an der Radwelle.

Die Radwelle wird als Maschine meistens nur in der horizontalen und vertikalen Lage gebraucht. Im ersten Falle kommt sie in Rücksicht auf die Friction mit dem ungleicharmigen Hebel ganz überein. Es läßt sich daher, wenn die Richtungen der Kräfte parallel und senkrecht sind, die §. 9. gegebene Formel für die liegende Radwelle so gut, als für den ungleicharmigen Hebel gebrauchen. Wenn hingegen die Kräfte nach schiefen Richtungen wirken; so ändert sich, wie bey der festen Rolle gezeigt worden, der Druck auf die Zapfen, und mit ihm die Friction.

Die Last Q Fig. 3. sey senkrecht nach der Richtung aQ an der Welle, die Kraft P nach der Richtung bP am Rade angebracht. Aus der Statik ist bekannt, daß bey dem ungleicharmigen Hebel, folglich auch bey der Radwelle sich die Last zur Kraft umgekehrt verhalte, wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkte, oder wie bc : ac.

Es

Es kann daher die mit der Last parallele cn für die Last selbst, und die mit bP parallele ce für die Kraft gesetzt werden. In dieser Lage stellen nun beyde Linien den Druck auf den Zapfen c vor, der unter dem Winkel nce geschieht. Der daraus entstehende zusamengesetzte Druck wird nach ergänztem Parallelogramm durch die Diagonallinie cm ausgedrückt, welche zugleich eine Seite des Dreyecks mce ist, wo ce = der Kraft P, die der Last ohne Reibung das Gleichgewicht hält, em = der Last Q, und der eingeschlossene Winkel cem = 180° — bcd bekannt sind, und folglich cm sich bestimmen läßt.

Nebst diesem Drucke darf jener, der vom Gewichte der Radwelle herrührt, und gewöhnlich sehr beträchtlich ist, nicht vernachläßigt werden. Diesen stelle vor die Senkrechte co, so entsteht abermal nach verschiedenen Richtungen, nämlich cm und co unter dem Winkel ocm ein doppelter Druck, der in einen zusammengesetzt durch die Diagonallinie cr ausgedrückt wird. Diese Diagonallinie läßt sich gleichfalls als Seite des Dreyecks ocr berechnen, wo oc = dem Gewichte der Radwelle, or = cm = dem zusammengesetzten Druck aus der Last und Kraft, und der eingeschlossene Winkel cor = 180° — ncm, oder = 180° — cme bekannt sind.

Wird nun dieser zusammengesetzte Druck wie bey der festen Rolle D, die Entfernung der Kraft vom Ruhepunkte A, der Halbmesser der Zapfen r genannt, so ist die wegen Reibung erforderliche Kraft

p =

$$p = \frac{fr\,D}{A - fr}$$

und die ganze Kraft, welche bey der horizontalen Radwelle nöthig ist, wird seyn, wenn der Halbmesser der Welle = a gesetzt wird

$$V = \frac{aQ}{A} + \frac{fr\,D}{A - fr}$$

In dieser Gleichung ist auf den Druck, welcher aus der nöthigen Kraftvermehrung wegen der Reibung entsteht; aus dem Grunde keine Rücksicht genommen worden; weil er meistens auf die Distanz der Kraft vom Ruhepunkte reducirt sehr klein ist, und in der Ausübung ohne merklichen Fehler vernachläßiget werden kann. Wollte man aber die Sache dennoch sehr genau bestimmen; so müßte der Werth von $p = \frac{fr\,D}{A - fr}$ als eine neue Kraft z. B. = cs angesehen werden, welche auf die Zapfen nach der Richtung ce drückt; wo alsdenn durch cs und cr ein neues Parallelogramm entsteht, und dessen Diagonallinie beynahe den ganzen Druck vorstellen würde.

Wenn nicht nur die Kraft, sondern auch die Last nach einer schiefen Richtung zieht; wird der von ihnen entstehende Druck auf die Zapfen, so wie auch jener, welcher von dem Gewichte des Wellrades herrührt, auf eine ähnliche Art bestimmt.

Nach

Nach Fig. 4. ziehe die Last nach fQ, die Kraft nach bP; jene stelle vor die Parallele cn, diese ce; so ist der Winkel, unter welchem sie auf den Zapfen wirken, nce = acf + bcd, und der aus den Kräften zusammengesetzte Druck nebst seiner Richtung ergiebt sich durch die Diagonallinie cm. Wird nun auch das Gewicht der Radwelle durch eine verhältnißmäßige und senkrechte Linie co ausgedrückt, so erhält man wieder aus dem bekannten Winkel cor = 180° — mco, und den Seiten co und or die Diagonallinie cr. Der Winkel mco ist gleich nco — ncm = fca — ncm, oder gleich mce — oce = cmn — bcd.

Hieraus erhellet, daß, je grösser die Winkel werden, welche die vom Mittelpunkte auf die Richtungen gefällte Perpendikel mit dem Horizont machen; der Druck auf die Zapfen desto geringer werden müsse. Erreichen beyde Winkel zusammen 180°, so bleibt nur der Druck aus dem Gewichte des Wellrades übrig, und der Werth der Friction ist dann $= \frac{frq}{A - fr}$.

Eine ganz gleiche Beschaffenheit hat es mit dem wagförmigen Hebel, wenn die Kräfte schiefe Richtungen erhalten; und zwar wenn nur die Kraft schief wirkt, so ist der Druck auf das Zapfenlager allzeit stärker, als er seyn würde, wenn sie mit der Last parallel wirkte.

Nehmen wir Fig. 5. einen gleicharmigen Hebel acd an. Die Last Q sey senkrecht in a, die Kraft P in d nach der Richtung dP angebracht. Diese verhält sich hier zu jener umgekehrt, wie die aus dem Ruhepunkte auf die Richtungslinien gefällten Perpendikel, oder P : Q = ac : cb = cd : cb. Zieht man aus dem Ruhepunkte c mit den Richtungslinien die Parallelen cn und ce, und wird das Dreyeck durch die mit ad Parallele ne geschlossen; so ist Δ cne $\backsim$ Δ cbd, wo cn den senkrechten Druck der Last auf den Ruhepunkt, und ce den schiefen Druck der Kraft vorstellt. Da sie sich aber unter dem Winkel nce = bcd gegen einander neigen, so ist die die Diagonale cm dem vereinigten Drucke beyder Kräfte gleich, und als Hypothenuse nothwendig grösser, als der Perpendikel cg = ad.

Dieser zusammengesetzte Druck cm kann wieder als Seite des Dreyecks cem, in welchem ce = P, em = Q und der Winkel cem = 180° — bcd bekannt sind, gefunden werden. Kommt nun der senkrechte Druck aus dem Gewichte des Hebels, und aus der nöthigen Kraftvermehrung wegen der Friction nach obigem Verfahren noch in Anschlag; so erhält man mit hinlänglicher Genauigkeit den Druck auf den Ruhepunkt des Hebels.

Eben so läßt sich der Druck, wenn die Richtungen beyder Kräfte schief sind, sowohl bey dem gleich- als ungleicharmigen Hebel bestimmen. In beyden Fällen kommt es nur auf das Verhältniß der Perpendikeln an, die vom Ruhepunkte

punkte auf die Richtungslinien der Kräfte gezogen werden. Betrachtet man diese Perpendikel, wie Fig. 5., als Radien, mit welchen Kreise beschrieben werden; so entsteht, wenn die Radien gleich sind, eine feste Rolle; sind sie aber ungleich, ein Rad an der Welle, wo die zween Perpendikel wechselweise die an beyden Enden des zweyarmigen Hebels angebrachten Kräfte bezeichnen. Die ganze Berechnung des Drucks und der Reibung geschieht daher, wie oben bey Fig. 2. und 4. gezeigt worden: und man hat überhaupt nur darauf zu sehen, daß die Kräfte wie an dem Wellrade verwechselt werden.

§. 13.

Um eine allgemeine Formel für die Friction bey schiefen Richtungen der Kräfte sowohl an der Radwelle, als an dem zweyarmigen Hebel zu erhalten, seyn Fig. 6. fc und bc Halbmesser der Welle und des Rades, oder Perpendikel eines zweyarmigen Hebels, auf welche Last und Kraft senkrecht wirken; zugleich seyn bekannt die Winkel bcd $= \alpha$, acf $= \beta$; auch sey die mit der Richtung fQ Parallele cn $=$ Q, und die mit bP Parallele cm $=$ P $+$ p. Jede stellt einen schiefen Druck auf den Ruhepunkt c vor, und kann als zusammengesetzte Kraft in zwey Kräfte, nämlich cn in cr und rn, cm in co und om aufgelöset werden, wovon co und cr horizontal und einander entgegengesetzt, om und rn hingegen vertikal sind. Dadurch erhält man 1) nach der vertikalen Richtung

 om $=$

$$om = cm \cos. \alpha = (P + p) \cos. \alpha$$
$$rn = cn \cos. \beta = Q. \cos. \beta$$

Dazu kommt noch die Last der Radwelle $= q$. Folglich ist der ganze vertikale Druck $= (P + p) \cos. \alpha + Q. \cos. \beta + q$. Diesen Druck soll ch vorstellen.

Ferner hat man 2) nach der horizontalen Richtung
$$co = cm \operatorname{Sin}. \alpha = (P + p) \operatorname{Sin} \alpha$$
$$cr = cn \operatorname{Sin} \beta = Q. \operatorname{Sin} \beta$$
Weil beyde nach gerade entgegen gestellten Richtungen wirken, bleibt auf der Seite des grössern übrig
$$cg = Q. \operatorname{Sin} \beta - (P + p) \operatorname{Sin} \alpha = hk.$$
Wird nun das Rechteck ergänzt, so stellt ck den mittlern Druck auf das Zapfenlager c vor. Es ist aber $ck = \sqrt{ch^2 + hk^2}$, und die davon entstehende Reibung, wenn r wie bisher den Halbmesser des Zapfens, und A die Entfernung der Kraft vom Ruhepunkte bedeutet, $= \frac{fr}{A} \sqrt{ch^2 + hk^2}$. Werden für ch und ck ihre Werthe gesetzt, so ist die zum Gleichgewichte mit der Reibung erforderliche Kraft
$$p = \frac{fr}{A} \sqrt{((P + p) \cos. \alpha + Q. \cos. \beta + q)^2 + (Q. \operatorname{Sin}. \beta - (P + p) \operatorname{Sin}. \alpha)^2}.$$

Die unter dem Wurzelzeichen vorkommende Grösse p kann man in den meisten Fällen ganz weglassen, oder wenn man anfänglich auf diese Art seinen Werth gefunden hat, setzt man ihn auch unter dem Wurzelzeichen.

Dieses

Dieses Verfahren kann nachmals so oft wiederholt werden, als genau der Werth von p zu bestimmen ist.

Bey der Anwendung dieser Formel auf einzelne Fälle ergeben sich folgende Resultate:

I. Wenn fc und cb horizontal sind, und also die Winkel α und β verschwinden, so sind ihre Sinus $= 0$, ihre Cosinus $= 1$. Alsdenn ist aber die gesuchte Kraft

$$p = \frac{fr}{A}(P + p + Q + q) = \frac{fr(P + Q + q)}{A - fr}$$

wie oben §. 11.

II. Wirken Q und P, das eine unten, das andere oben, nach horizontalen Richtungen einander entgegen, so wird der Winkel bcd $= -90^\circ$, also cos. $\alpha = 0$, und Sin. $\alpha = -1$; hingegen wird der Winkel acf $= +90^\circ$, daher cos. $\beta = 0$, und Sin $\beta = +1$. Dieß giebt

$$p = \frac{fr}{A}\sqrt{q^2 + (Q + P + p)^2}$$

wo man wieder die Kraft p unter dem Wurzelzeichen entweder vernachläßigen, oder durch Annäherung nach oben gezeigter Methode finden kann.

III. Ist der Winkel $\beta = 0$, uud der Winkel $\alpha = 180^\circ$, oder ist Last und Kraft an einem einarmigen horizontalen Hebel so angebracht, daß eine abwärts, und die andere aufwärts zieht, so beträgt die Reibung im Falle, daß die Kraftaufwärts zieht, oder es ist

$$p = \frac{fr(Q - P + q)}{A + fr.}$$

Zieht

Zieht die Kraft hingegen abwärts, und die Last aufwärts, so drückt der Zapfen an das obere Zapfenlager, und es ist

$$p = \frac{fr(Q - P - q)}{A + fr}$$

IV. Ist sowohl α als $\beta = 90°$, oder $= -90°$ d. i. wenn Kraft und Last an einem verkikalen Hebel horizontal wirken, so ist

$$p = \frac{fr}{A} \sqrt{q^2 + (Q - P - p)^2}$$

V. Setzt man α und $\beta = 0$, und nimmt man zugleich die Halbmesser der Zapfen, der Welle und des Rades $= 1$, d. i. von einerley Grösse an, welches bey einem Zilinder Statt findet, so wird

$$p = \frac{f(P + Q + q)}{1 - f} = \frac{f(2Q + q)}{1 - f}$$

Daraus folgt, wie oben §. 10. am Ende, das Verhältniß zwischen der Reibung und dem Drucke, oder der Werth für

$$f = \frac{p}{P + p + Q + q} = \frac{p}{2Q + q + p}$$

* Herrn Coulombs Methode, die Steifigkeit der Seile zu bestimmen, dient also auch das Verhältniß der Friction zu erfahren. Das Mehrere hievon wird unten folgen.

§. 14.

§. 14.

An der vertikalen oder stehenden Radwelle, die auf einem zilindrischen Zapfen in einer ähnlichen Pfanne umläuft, muß eine zweyfache Reibung betrachtet werden; eine an den Seitenflächen der Zapfen, welche bloß von dem Druck der Kraft und Last herrührt, ohne daß das Gewicht des Wellrades einen Einfluß darauf habe; die zweyte an der Grundfläche des untern zilindrischen Zapfens, welche nur von dem Gewichte der Radwelle verursacht wird.

Die erstere Reibung ist am grösten, wenn Kraft und Last nach einerley Gegend in parallelen Richtungen ziehen, wo nämlich die Zapfen mit einer Gewalt $= Q + P + p$ an die Seitenflächen der Pfannen angedrückt werden, und die zur Ueberwindung der Friction nöthige Kraft $p = \frac{fr(P + Q)}{A - fr}$ seyn muß.

Ziehen Kraft und Last nach entgegengesetzten Richtungen, so ist es so viel, als wirkten sie an einem einarmigen Hebel. Der Druck an die Seitenflächen der Pfannen ist alsdann $= Q - P - p$, folglich der Kleinste, und die Friction $p = \frac{fr(Q - P)}{A + fr}$.

Wenn die Richtungen am stehenden Wellrade Fig. 7. sich unter $fgb = \alpha$ gegeneinander neigen, kann die Rich-

tung

tung der Last jedesmal perpendikulär auf fd angenommen werden, und der Winkel $bcd = fgb = \alpha$ entsteht alsdann bloß durch den Hebelsarm cb, an welchem die Kraft $P + p$ wirkt. Die Parallelen cn und ce mit den Richtungen der Kräfte stehen daher mit den Kräften in einerley Verhältnisse, und geben durch ihre Länge an, wie stark die Zapfen an die Seitenflächen der Pfannen angedruckt werden. Weil aber der Druck nach zwo Richtungen cn und ce geschieht, so stellt die Diagonale cm den vereinigten Druck der Kräfte vor. Diese Linie als Hypothenuse des rechtwinklichten Dreyecks com läßt sich berechnen aus der Grösse der Kraft und Last, und aus dem Winkel $bcd = ceo$, unter welchem sich ihre Richtuugen gegeneinander neigen. Es ist nämlich $cm = \sqrt{co^2 + om^2}$, und weil

$$co = ce \,.\, \text{Sin.}\,\alpha = (P + p)\,\text{Sin.}\,\alpha$$

$$om = oe + em = ce \,.\, \text{cos.}\,\alpha + Q = (P +)\,\text{cos.}\,\alpha + Q;$$

so ist

$$\sqrt{co^2 + om^2} = \sqrt{\overline{(P+p)\text{Sin.}\,\alpha}^2 + \overline{(P+p)\text{cos.}\,\alpha + Q}^2} = cm$$

und die zur Friction hievon erforderliche Kraft

$$p = \frac{fr}{A}\sqrt{\overline{(P + p)\ \text{Sin.}\,\alpha}^2 + \overline{(P + p)\,\text{cos.}\,\alpha + Q}^2}$$

Wie mit dem p unter dem Wurzelzeichen zu verfahren sey, ist schon oben erinnert worden.

Aus dieser Formel lassen sich wieder Resultate für einzelne Fälle ableiten.

I. Wenn

I. Wenn der Winkel bcd $= 0$ ist, so wird der cos. $\alpha = 1$, und dann ist

$$p = \frac{fr}{A}(P + p + Q) = \frac{fr(P+Q)}{A - fr}.$$

II. Wird der Winkel bcd $= 90°$, so ist der cos. $\alpha = 0$, und daher

$$p = \frac{fr}{A}\sqrt{Q^2 + (P + p)^2}.$$

III. Erreicht der Winkel 180°, so wird cos. $\alpha = -1$, und

$$p = \frac{fr}{A}(Q - P - p) = \frac{fr(Q - P)}{A + fr}.$$

IV. Wird endlich der Winkel $= 270°$, wo der Sin. $\alpha = -1$, und cos. $\alpha = 0$ ist, so wird

$$p = \frac{fr}{A}\sqrt{Q^2 - (P + p)^2}.$$

Wenn also an einer stehenden Radwelle mehrere z. B. vier gleiche Kräfte unter vier rechten Winkeln miteinander zugleich wirken, so hält zwar jede Kraft mit dem vierten Theile der Last das Gleichgewicht; der Seitendruck an die Pfannen hingegen beträgt genau so viel, als das ganze Gewicht der Last groß ist. Man darf nur die vorstehenden vier Ableitungen aus der Hauptformel zusammen setzen; so ist die Summe aller vier Partialwerthe der Reibung

$$r = \frac{fr\,Q}{A}.$$

Es

Es heben nämlich jede zwo entgegengesetzte Kräfte den Druck, der von ihnen verursacht wird, gegeneinander auf, und bleibt daher nur die Last noch übrig, von der die Seitenreibung herrührt.

Zur zweyten Reibung des stehenden Wellrades tragen Last und Kraft nichts bey, so lange ihre Richtungen horizontal sind, und muß dieser Widerstand bloß von dem Gewichte des Wellrades hergeleitet werden.

Setzt man dieses Gewicht $= q$, den Halmesser der Grundfläche des Zapfens $= r$, so ist der Druck auf den Boden der Pfanne $= \frac{2}{3} q$, und die davon entstehende Reibung $= \frac{2}{3} fq$; folglich die am Wellrade deßwegen nöthige Kraft

$$p = \frac{2 frq}{3 A}.$$

Der eigentliche Beweis aus der Rechnung des Unendlichen ist dieser: Es sey Fig. 8. der Halbmesser des Wellrades, oder der Hebelsarm der Kraft $CA = A$, der Halbmesser der Grundfläche des vertikal stehenden zilindrischen Zapfens $CB = r$, der Radius eines kleinern Zirkels $CE = x$. In der Voraussetzung, daß der Druck auf des Zapfens Grundfläche gleich vertheilt sey, wird der Druck auf den kleinern Zirkel EF sich verhalten zu dem ganzen Drucke auf die Grundfläche BD, wie $CE^2 : CB^2$, d. i. $r^2 : x^2 = q : \frac{x^2 q}{r^2}$. Nun stelle man sich

eine

eine Kreisfläche ef vor, die um den unendlich schmalen Ring Ee grösser ist als der Zirkel EF, und zum Radius hat $CE + Ee = x + dx$. Der verhältnißmäßige Druck auf diese Kreisfläche wird seyn

$$= \frac{(x^2 + 2\,xdx + d^2\,x^2)}{r^2}\,q,$$ und der Druck auf den Ring allein $= \frac{(x^2 + 2\,xdx + d^2\,x^2)}{r^2}q - \frac{x^2\,q}{x^2 q} =$

$$\frac{(2\,xdx + d^2\,x^2)}{r^2}\,q = \frac{2\,qxdx}{r^2}.$$

Aus diesem Drucke entsteht nun auf dem Ringe Ee eine Reibung $= \frac{2\,fqxdx}{r^2}$, und hindert in einer Entfernung $CE = x$ vom Mittelpunkte gleich einer Last die Umdrehung des Rades oder Hebelsarmes CA. Das Moment der Friction auf diesem Ringe ist demnach $=$ $\frac{2\,fqx^2\,dx}{r^2}$, welches dem Momente Adp einer gleichgeltenden Kraft dp an dem Hebelsarme $= A$ im Zustande des Gleichgewichtes gleich ist, nämlich $\frac{2\,fqx^2\,dx}{r^2} = Adp$.

Daraus folgt durch die Integrirung

$$\frac{2\,fqx^3}{3\,r^2} = Ap, \text{ und } p = \frac{2\,fqx^3}{3\,Ar^2}.$$

Wird nun $x = r$ gesetzt, so ist die zur Ueberwindung der Friction an der Grundfläche des zilindrischen Zapfens erforderliche Kraft $p = \frac{2\,frq}{3\,A}$.

Wenn

Wenn man also die gesammte Reibung an einem stehenden Wellrade berechnen will, muß dieser letztere Widerstand zu dem, welcher von der Last und Kraft an den Seiten der Zapfen entsteht, addirt werden. Ueberhaupt läßt sich aus dem, was von der vertikalen Radwelle gesagt worden, die allgemeine Bemerkung machen, daß diese beyden Reibungen um so viel geringer ausfallen müssen, je dünner die Zapfen sind, oder je mehr die Kraft vom Ruhepunkte entfernt ist.

§. 15.

Friction an der beweglichen Rolle und dem Flaschenzuge.

Die bewegliche Rolle oder Zugrolle, welche die Last in zwey parallel gespannte Seile zu gleichen Theilen vertheilt, kann so betrachtet werden, als wäre sie Fig. 9. in D befestiget, und zöge eine Last $= \frac{1}{2} Q$ an dem in G fest gemachten Seile nach AG, der eine Kraft $P + p$ an dem zweyten Seile nach BE entgegen wirkte. Da aber an einer festen Rolle im Zustande des Gleichgewichtes die Last für die Kraft gesetzt werden kann, so ist hier $P = \frac{1}{2} Q$, und der Druck auf den Zapfen $= Q + p$. Hieraus entsteht die Reibung $= f(Q + p)$, derer Moment $= fr(Q + p)$, wenn wie bisher des Zapfens Halbmesser r heißt, mit dem Momente aus der Kraftvermehrung p und dem Halbmesser der Rolle das Gleichgewicht hält; wo also $Ap = fr(Q + p)$, und die wegen

gen der Reibung nöthige Kraft $p = \frac{frQ}{A - fr}$ wird. Setzt man zu dieser Kraft noch jene, welche wegen der Last erfordert wird, und bey der Zugrolle nur die Hälfte derselben beträgt, wenn die Seile parallel sind; so ist an der beweglichen Rolle die zum Gleichgewichte mit der Last und Reibung erforderliche Kraft

$$V = \tfrac{1}{2} Q + \frac{frQ}{A - fr} = \tfrac{1}{2} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right).$$

* Das Gewicht der Rolle ist in dieser Formel außer Acht gelassen worden, weil es in dergleichen Fällen gegen die Last gehalten gemeiniglich ganz unbedeutend ist. Wollte man aber dennoch darüber Rechnung halten, so müßte zu dem gefundenen Werthe von V noch das halbe Gewicht der Rolle, wenn die Richtung der Last vertikal ist, addirt werden.

§. 16.

Wirkt die Kraft auf die bewegliche Rolle nicht unmittelbar, sondern mittelst einer festen Rolle nach der Richtung FP, wie aus Fig. 9. zu ersehen ist; so muß die Kraft $V = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$ als Last angesehen werden, welche an der festen Rolle nach der Richtung EB zieht. Alsdann findet aber auch alles Statt, was von der festen Rolle §. 10. gesagt worden. Wann nämlich dot in der Formel $V = Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$ anstatt Q der Werth =

$\frac{1}{2} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$ gesetzt wird, und an beyden Rollen die Halbmesser der Zapfen und Rollen gleich, oder in gleichem Verhältnisse sind; so ist, wenn das unbeträchtliche Gewicht der Rollen vernachläßiget wird, die zum Gleichgewichte mit der Last und den Reibungen an beyden Rollen erforderliche gesammte Kraft $P + p$, oder

$$V = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right) \times \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right) = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right)^2.$$

Bey der festen Rolle ist die Spannung eines Seils $= Q$, des andern $= Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$; bey der Zugrolle hingegen wird ein Seil gespannt $= \frac{1}{2} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$.

Wird nun überhaupt sowohl an der losen als festen Rolle die Spannung des einen Seils, die entweder von der wirklichen oder respectiven Last herrührt, $= X$ gesetzt; so ist jedesmal die am andern parallelen Seile zum Gleichgewichte mit dieser Spannung sammt der Friction nöthige Kraft

$$V = X \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right).$$

Hieraus läßt sich leicht die Kraft am Flaschenzuge berechnen, welche einer Last mit Einschluß der Reibung das Gleichgewicht hält.

In der Voraussetzung, daß entweder alle Rollen und Zapfen gleich seyn, oder doch einerley Verhältnisse haben,

ben, nnd daß die Seile nntereinander parallel seyn, hänge die Last Q Fig. 10, das Gewicht der beweglichen Flasche mitgerechnet an n Seilen: so ist die Spannung des ersten Seils a : 1, ehe solches über die Rolle 1 geht, $= \frac{1}{n} Q$. Dazu ist am andern Seile 1 : 2 wegen der Rolle 1 eine Kraft erforderlich $= \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)$. Diese Kraft wirkt anf die Rolle 2 als Last; das Seil 2 : 3 muß daher, um mit ihr nebst der Reibung das Gleichgewicht zu halten, von einer Kraft gespannt werden, die $= \frac{1}{n} Q \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right) \times \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right) = \frac{1}{n} Q \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right)^2$ ist. Diese neue Kraft ist die Last für die Rolle 3, und das Seil 3 : 4 muß wegen dem Gleichgewichte wieder gespannt werden mit einer Kraft $= \frac{1}{n} Q \left(\frac{A+fr}{A-fr}\right)^3$. So wird endlich diese Kraft die Last für die Rolle 4, und hält mit ihr sammt der Friction das Gleichgewicht eine Kraft $= \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)^4$ u. s. w. Es ist demnach an einem Flaschenzuge, wenn er aus m Rollen besteht, und die Last Q an n Seilen hängt, die zum Gleichgewichte mit der Last und Reibung nöthige Kraft

$$V = \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)^m.$$

Ist m = n, so ist $V = \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)^n$.

Wäre

Wäre bey dem Flaschenzuge keine Reibung, so dürfte die Kraft $V = \frac{1}{n} Q$, und zwar um so viel kleiner seyn, als n, oder die Anzahl der Rollen wächst, so daß zuletzt V unendlich klein werden könnte, wenn $n = \infty$ wäre. Weil aber die Reibung nicht kann vermieden werden, so nimt V nur bis zu einem bestimmten Werthe von n ab, und wächst nachmals wieder mit n ohne Ende. Um diesen Werth für n zu finden, wo V bey einer bestimmten Last die kleinste Kraft bedeutet, setze man $\frac{A + fr}{A - fr} = k$, so ist $\frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)^n = \frac{1}{n} Q k^n = V$. Es kann aber bey der möglichst kleinsten Kraft V ohne merklichen Fehler $\frac{1}{n} Q k^n = \frac{1}{n + 1} Q k^{n+1}$ gesetzt werden, wo alsdann nach aufgehobenen Divisionen $(n + 1) Q k^n = n Q k^{n+1}$, $n k^n + k^n = n k^n \times k$, $k^n = k \times n k^n - n k^n = (k - 1) n k^n$, $1 = (k - 1) n$, und endlich $n = \frac{1}{k - 1}$ wird. Eben so kann $\frac{1}{n} Q k^n = \frac{1}{n - 1} Q k^{n-1}$ ohne Nachtheil, wenn V die möglichst kleinste Kraft ist, gesetzt werden, wo alsdann auf ähnliche Art $n = \frac{k}{k - 1}$ wird. Dieser letzte Werth für n ist etwas zu groß, der vorige hingegen etwas zu klein: man kommt daher der Wahrheit sehr nahe, wenn man aus beyden das Mittel

nimmt,

nimmt, wo alsdann $n = \frac{1}{2}\left(\frac{k+1}{k-1}\right)$ hinlänglich genau wird, und für eine gegebene Last Q die möglichst kleinste Kraft $V = \frac{1}{n} Q k^n$ sich daraus berechnen läßt, wenn anstatt n dessen Werth $= \frac{1}{2}\left(\frac{k+1}{k-1}\right)$ genommen wird. Eben so kann auch für eine gegebene Kraft V die möglichst gröste Last $Q \frac{n V}{k^n}$ bestimmt werden. Es sey z. B. $A = 3$ Zoll, $r = \frac{1}{2}$ Zoll, $f = \frac{1}{3}$; so ist $k = \left(\frac{A\ fr +}{A - fr}\right) = \frac{19}{17}$, und $\frac{1}{2}\left(\frac{k+1}{k-1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{19}{17}+1\right) : \left(\frac{19}{17} - 1\right) = 9$. Es wird demnach bey solchen Datis mit einer gegebenen Last Q sammt der Reibung am Flaschenzuge, und mit der möglichst kleinsten Kraft das Gleichgewicht erhalten, wenn man im Flaschenzuge 9 Rollen anbringt. Die nöthige Kraft V ist alsdann $= \frac{1}{9} Q \left(\frac{19}{17}\right)^9 = \frac{1}{9} Q (1 + 1,7)$ beynahe, wovon der Theil $\frac{1}{9}$ Q mit der Last, der andere $= \frac{1}{9} Q \times 1,7$ mit der Reibung das Gleichgewicht hält. Hieraus erhellet, daß nach obigen für A, r und f angenommenen Werthen durch eine Kraft V = 100 ℔ mittelst eines Flaschenzuges keine grössere Last könne überwunden werden, als die 330, 7 ℔ beträgt, und daß diese Last an

Seilen hangen, das Seil aber über 9 Rollen geführt werden müsse. Setzt man n = 11 in der Gleichung $Q = \frac{nV}{k^n}$ bey eben dem Werthe V = 100 ℔, und k wie zuvor = $\frac{19}{17}$, so ist Q bey 11 Rollen = 328,8 ℔; wird n = 8 angenommen, so ist Q = 328,6 ℔, folglich jedesmal kleiner, als wenn n = 9 ist. Wird n = 20 gesetzt, so kann die Kraft = 100 ℔ nur mit 216,2 ℔ Last das Gleichgewicht erhalten; ist hingegen n = 6, so darf Q nicht mehr als $307\frac{17}{20}$ ℔ wägen.

§. 17.

Friction an Räderwerken.

Bey Räderwerken kann keine Bewegung geschehen, ohne daß nebst der Reibung an den Zapfen der Axen auch dort ein beträchtlicher Widerstand sich einfinde, wo Zähne und Triebstecken zusammengreifen. Dieses Hinderniß ist nicht immer von gleicher Grösse, sondern komt nur stufenweise auf ein Größtes, und dann wieder auf ein Kleinstes herab, und so wechselweise. Wird der Triebstecken Fig. 12. bey e zuerst ergriffen, so wirkt der Widerstand, welcher aus der Last Q entsteht, auf des Rades Halbmesser senkrecht, und die Reibung, wenn e mit den Mittelpunkten des Trillings und Rades in gerader Linie liegt, muß anfänglich = o seyn, die aber,

wenn

wenn der Triebstecken aus e nach b verschoben wird, immer wächst, bis sie das Maximum erreicht hat. Diesen Grad des Widerstandes bey Räderwerken aufzusuchen, muß um so viel wichtiger seyn, als es allemal sehr zuträglich ist, die Kraft, welche die Maschine treiben soll, so zu berechnen, wie sie seyn muß, wenn das Hinderniß am größten ist.

Die an einem Rade Fig. 12. wirkende Kraft P+p kann gewöhnlich so angesehen werden, als wenn sie an einem Winkelhebel bcd oder ecd nach einer perpendikulären Richtung auf den Arm cd angebracht wäre. Der Widerstand des Triebsteckens hingegen läßt sich als Last in e oder b an einem einarmigen Hebel ae oder ab betrachten, die auf den Arm ec oder bc des Winkelhebels drückt, und solchen um seinen Ruhepunkt c zu drehen strebt. Nach diesen Voraussetzungen müssen alle Schlüsse, die aus der Natur zweyer aufeinander wirkender geradlinigter Hebel hergeleitet werden, auch für das Rad und Getrieb in Rücksicht auf Reibung, die zwischen Zähnen und Triebstecken geschieht, sich anwenden lassen.

Es sey demnach Fig. 11. der zweyarmige Hebel bd, welchen eine in d perpendikular wirkende Kraft P+p um den Ruhepunkt c zu drehen strebt, und der mit dem einarmigen Hebel ag den Winkel gbc gestaltet. Ferner drücke die senkrechte Last Q den einarmigen Hebel auf den Punkt b mit einer auf ab vertikalen Gewalt = hb. In dieser Lage kann der Hebel bd um c nach bg nicht

gedrehet werden, ohne nebst dem Druck hb auch den Widerstand, der aus der Friction entsteht, und nach der Richtung gb der Bewegung entgegen wirkt, zu überwinden. Wird nun diese Reibung $= f \times bh$, oder bestimmt $= bg =$ dem dritten Theile des senkrechten Drucks hb gesetzt, so wirken auf den Punkt b des Hebels bd zwo Kräfte hb und gb, wovon die mittlere die Grösse und Richtung des Widerstandes gegen den Punkt b angiebt. Macht also eb einen schiefen Winkel mit db, so ist aus der Statik bekannt, daß nur der Perpendikel ef den eigentlichen Theil des Widerstandes ausdrücke, welcher die Umdrehung des Hebels bd um seinen Mittelpunkt zu hindern strebt; bf wird hingegen von dem Unterstützungspunkte c getragen.

Hieraus erhellet, daß ef am größten ist, wenn bf verschwindet, und $ef = eb$, oder der Winkel $ebf = 90°$ wird. In diesem Falle ist auch $ebc = 90°$, und $gbc = beg$. Weil aber der Winkel beg bey einem bestimmten Verhältnisse zwischen Reibung und Druck, eine unveränderliche Grösse ist; so ist auch die Tangente des Winkels beg immer $= \frac{bg}{eg}$, und nach obiger Bestimmung $= \frac{1}{3} = 0{,}333333 =$ tang. $18° \, 26'$. Der Widerstand ist also im Falle, daß die Reibung dem dritten Theile des senkrechten Drucks gleich kommt, am größten, wann der Winkel, der aus beyden Hebeln entsteht, $18° \, 26'$ beträgt.

Man

Man kann jetzt auch leicht finden, wie sich der größte Widerstand eb gegen den senkrechten Druck hb oder eg verhalte. Es sey eg $= 1$, so ist eb, oder der Werth des größten Widerstandes $= \sqrt{\left(1 + \frac{1}{9}\right)} = \frac{3,162}{3} = 1,054$. Es verhält sich aber $1 : 1,054 = 18 : 18,972$, oder beynahe wie $18 : 19$. Wird nun der senkrechte Druck bh $=$ T gesetzt, wenn der Winkel gbc $= 0$ ist; so muß der Druck eb $= \frac{19}{18}$ T seyn, sobald gbc $= 18^\circ\ 26'$ wird, welches auch zur gewöhnlichen Regel in der Ausübung kann angenommen werden.

Weil der senkrechte Druck hb, welcher von der auf b reducirten Last entsteht, zur Last Q sich verhält, wie am : ab, oder weil T : Q $=$ am : ab, so ist $T = \frac{am}{ab} \times Q$. Es ist aber der größte Widerstand auf b $= \frac{19}{18} T = \frac{19\,am}{18\,ab} Q$, und da am Hebel bd die Kraft zur Last sich verhält, wie bc : cd; so ist also $P + p : \frac{19\,am}{18\,ab} Q =$ bc : cd und $P + p = \frac{19}{18} \frac{am \times bc}{ab \times cd} Q$. Wann keine Reibung wäre, müßte die Kraft P mit der auf b reducirten Last Q im Gleichgewichte seyn, wenn sie sich gegeneinander verhalten, wie bc : cd, und es wäre alsdann

P $=$

$P = \frac{am \times bc}{ab \times cd} Q$. Wird diese Gleichung von der vorgehenden abgezogen, so bleibt im Falle des größten Widerstandes die zum Gleichgewichte mit der Reibung erforderliche Kraft $P = \frac{1}{18} \frac{am \times bc}{ab \times cd} Q = \frac{1}{18} P$, und die ganze zur Umdrehung des Hebels bd nöthige Kraft V ist $= \frac{19}{18} P$.

Wird nun Fig. 12. mit Fig. 11. verglichen, so sieht man, daß zwischen Zahn und Getriebe der Widerstand am größten seyn müsse, wenn Fig. 12. der Winkel gbc $= 18^{\circ} 26'$ ist; weil alsdann nach Fig. 11. ef = eb wird. Es muß aber auch bey der gewöhnlichen Einrichtung von Zahn und Triebstecken allemal der Winkel gbc $= 18^{\circ} 26'$ werden, ehe der Zahn den Triebstecken bey b verläßt; weil nur alsdann dieser Winkel niemal grösser werden könnte, wenn der Trilling aus der ungewöhnlichen Zahl von 20 Triebstecken, und das Stirnrad aus mehr als 800 Zähnen bestünde. Es wäre nämlich in diesem Falle bae $= \frac{360^{\circ}}{20} = 18^{\circ}$, und weil gbc = bae + acb ist, so dürfte acb nur $26'$ seyn; und folglich müßte das Stirnrad so viele Zähne haben, als wie oft $26'$ in 360° enthalten sind, d. i. über 800 Zähne.

Wenn

Wenn also an der Welle eines Trillings, derer Halbmesser = ma ist, eine Last Q angebracht wird, so muß die auf d wirkende Kraft P + p, oder

$$V = \frac{19}{18} \frac{am \times bc}{ab \times cd} Q \text{ seyn.}$$

Eben so kann mittelst eines Rades und Trillings eine bestimmte Kraft V im Gleichgewichte erhalten eine Last

$$Q = \frac{18}{19} \frac{ab \times cd}{am \times bc} V.$$

Wirkt die Last an der Welle des Stirnrades, die Kraft hingegen an dem Trilling, so bleibt in der Hauptsache das nämliche; nur die statischen Momente, und der auf den Punkt b reducirte senkrechte Widerstand ändert sich.

Vielfältig müssen zur Erleichterung der Kraft mehrere Räder und Getriebe zusammengesetzt werden, wenn man an einem einfachen Räderwerke das Verhältniß zwischen der Anzahl der Zähne und Triebstecken nicht übertreiben will. Daß aber in einem solchen Falle die Reibung nothwendig grösser werde, liegt offenbar vor Augen.

Stelle man sich vor, es sey Fig. 12. an der Axe des Rades ein zweytes Getrieb befestiget, an dem die Kraft in einer Entfernung vom Mittelpunkte = hk auf k

perpen=

perpendikular wirkt. Der Halbmesser des Getriebes sey $= cf$, des Rades $= fh$. Die vorige Kraft

$$V = \frac{19}{18} \frac{am \times bc}{ab \times cd} Q$$

läßt sich als Last betrachten, die anstatt bey d, dermalen in f wirkt, und mit einer Gewalt $= \frac{cd}{cf} V$ den Hebel fhk um h zu drehen strebt. Wenn also die in k angebrachte Kraft mit dieser Last das Gleichgewicht halten soll; so muß sie sich zu ihr verhalten, wie $fh : hk$, d. i. $P : \frac{cd}{cf} V = fh : hk$; folglich muß $P' = \frac{cd \times fh}{cf \times hk} V$ seyn. Da aber eine Friction $= \frac{1}{18} \frac{cd \times fh}{cf \times hk} V$, wie am ersten Getrieb und Rade entsteht; so ist die in k erforderliche Kraft $P' + p'$, oder

$$V' = \frac{19}{18} \frac{cd \times fh}{cf \times hk} V.$$

Wird für das letzte V sein Werth gesetzt, so ergiebt sich an einem Räderwerke von zwey Getrieben und zwey Rädern die Kraft

$$V' = \left(\frac{19}{18} \frac{cd \times fh}{cf \times hk}\right) \cdot \left(\frac{19}{18} \frac{am \times bc}{ab \times cd}\right) Q = \left(\frac{19}{18}\right)^2 \frac{fh \times am \times bc}{cf \times hk \times ab} Q.$$

Kommt noch ein Getrieb und Rad dazu, deren Halbmesser hn und no, die Entfernung der Kraft vom Mittelpunkte des letzten Rades $=$ or seyn mag, oder geschehen drey Eingriffe von Zahn und Getrieb, so wird die Kraft seyn müssen

$V'' =$

$$V'' = \left(\frac{19}{18}\right)^3 \frac{on.fh.bc.am}{or.hn.cf.ab} Q.$$

Aus diesem läßt sich nun eine allgemeine Formel für n Räder und Getriebe, oder vielmehr für n Eingriffe von Zahn- und Triebstecken ableiten. Wird der Abstand der Last von seiner Axe $= \alpha$, der Abstand der Kraft von der seinigen $= \beta$, die Halbmesser der Kamm- oder Stirnräder $= A, B, C$--- und die Halbmesser der Getriebe $= a, b, c$--- gesetzt, so ist bey n Eingriffen die nöthige Kraft $P + p$, oder

$$V'' = \left(\frac{19}{18}\right)^n \frac{A.B.C\cdots\alpha}{a.b.c\cdots\beta} Q$$

woraus sich auch die Last bestimmen läßt, welche mit einer gegebenen Kraft im Gleichgewichte erhalten werden kann.

Weil der Werth von $\left(\frac{19}{18}\right)^n$ in einem um so viel grösseren geometrischen Verhältnisse wächst, als mehrere Einheiten n anzeigt, so ist klar, daß alle Maschinen, welche auf Räderwerken beruhen, noch aus einem ihnen eigenthümlichen Grunde desto vortheilhafter seyn, je einfacher sie in ihrer Zusammensetzung sind.

* Daß bey Räderwerken nebst dem Hinderniß, welches durch Zahn und Getrieb verursacht wird, auch jenes in Rechnung kommen müsse, welches an den Zapfen sich ergiebt, und wovon sowohl bey dem stehenden als liegenden Wellrade gehandelt worden, bedarf wohl keiner Erinnerung.

§. 18.

§. 18.

Friction auf der schiefen Ebne.

So lange ein Körper von einer horizontalen Ebne unterstützt wird, hat die bewegende Kraft bloß die Reibung zu überwinden, ohne etwas auf die Last verwenden zu müssen §. 1. Daher muß in diesem Falle, ehe die Bewegung des Körpers anfängt, allemal die Kraft $P = fQ$ seyn.

Neigt sich die Ebne nach und nach gegen den Horizont, und soll alsdann eine Last auf ihr hinauf gezogen werden, so hat die Kraft nicht nur die Reibung, sondern auch einen Theil der Last zu überwinden. Da es aber nicht gleichgültig seyn kann, nach welcher Richtung die Kraft wirke; so fordert die Grösse derselben im Falle 1) daß sie mit der Ebne, und 2) mit dem Horizonte parallel ist, eine eigene Untersuchung, da ohnehin die Kraft bey der schiefen Ebne, wenn sie als Maschine gebraucht wird, meistens nach diesen zwo Richtungen pflegt angebracht zu werden.

Ist bey der schiefen Ebne der Neigungswinkel m, so verhält sich das relative Gewicht des Körpers, mit welchem er abwärts dringt, zu dem absoluten, wie Sin. m : 1. Auf gleiche Art verhält sich auch die Kraft, welche das relative Gewicht zurückzuhalten vermag, zur absoluten Last, wie Sin. m : 1. d. i. $P = \text{Sin.}\, m \,.\, Q$.

Eine

Eine horizontale Ebne wird von dem ganzen Gewichte des aufliegenden Körpers gedrückt; daher die Reibung $= f Q$ ist. Bey der geneigten Ebne hingegen verhält sich der senkrechte Druck auf die Ebne zum absoluten Gewichte des Körpers, wie $\cos. m : 1$, oder wenn der senkrechte Druck auf die Ebne mit N bezeichnet wird, so ist $N = Q \cos. m$, und die daraus entstehende Friction $= f Q \cos. m$.

Wäre keine Reibung vorhanden, so müßte die mit der schiefen Ebne parallele Kraft $P = Q . \sin. m$ seyn. Weil aber die Friction Statt findet, so bedarf die Last so lange keiner zurückhaltenden Kraft, als die Reibung $> Q. \sin. m$ ist. Es wird also das Gleiten der Last unmittelbar auf den Zustand erfolgen, wo die Friction $= Q. \sin. m$ ist. Dieser und der obige Werth geben

$$f Q. \cos. m = Q. \sin. m, \quad f = \frac{\sin. m}{\cos. m} = \tang. m.$$

Wird das Frictionsverhältniß $f = \frac{1}{3}$ des senkrechten Drucks gesetzt, so ist

$$\frac{1}{3} = \tang. m = 0{,}3333333 = \tang. 18^\circ 26'.$$

Der Körper wird demnach auf der schiefen Ebne so lange wegen der Reiburg zurückgehalten, bis die Ebne einen Winkel von $18^\circ 26'$ mit dem Horizonte macht, welchen Winkel auch Belidor §. 4. beynahe gefunden hat.

Weil die Friction $= f Q \cos. m$, oder bestimmt $= \frac{1}{3} Q \cos. m$ auf der schiefen Ebne ist; so folgt, daß die Reibung $= \frac{1}{3} Q$ sey, wenn der Winkel $m = 0$, oder die

Ebne

Ebne horizontal ist. Wächst der Neigungswinkel, und wird er 18° 26′, so nimmt die Reibung ab, bis sie der relativen Last gleich ist. Nachmals wird sie immer schwächer, bis sie endlich = 0 wird, welches unter einem Winkel von 90° geschieht, oder wann die Ebne auf dem Horizonte vertikal steht. Ganz und umgekehrt verhält es sich mit der Kraft P, welche die Last Q abwärts zu gleiten hindern soll. Sie ist = 0, wenn m = 0, würde aber bey der mindesten Neigung einen Werth erhalten, wenn keine Reibung wäre. Weil nun diese immer grösser ist, als die relative Last, bis endlich m = 18° 26′ wird; so ist auch bis dahin keine Kraft nothwendig, welche die Last zurückhalte. Hier also fängt P erst an, einen wirklichen Werth zu bekommen, der mit dem Wachsthum der relativen Last gleichfalls wachsen, und endlich, weil diese der absoluten Last gleich wird, wenn m = 90° ist, selbst = Q werden muß.

Da in jedem Falle, wo die Richtung drr Kraft mit der schiefen Ebne parallel ist, P = Q. Sin. m, und die Reibung = $\frac{1}{3}$ Q cos. m, so wird zum Gleichgewiche mit der Last und Reibung eine Kraft P + p erfordert, welche

$$V = (\text{Sin. m} + \tfrac{1}{3} \text{cos. m})\, Q \text{ ist.}$$

Weil aber die Verhältnisse, nach welchen die Reibung ab- und die relative Last zunimmt, verschieden sind; so muß bestimmt werden, unter welchem Winkel die Kraft V am größten seyn müsse, wenn das Abwärtsgleiten der Last durch sie soll gehindert werden.

Es

Es sey Sin. m = x, so ist cos. m = $\sqrt{1 - x^2}$; die Kraft V = (Sin. m + $\frac{1}{3}$ cos. m) Q muß also am größten seyn, wenn das Differentiale seines Werthes = o ist, d. ist. wenn

$$d(x + \tfrac{1}{3}\sqrt{1 - x^2}) = d(3x + \sqrt{1 - x^2})$$
$$= 3\,dx + d\sqrt{1 - x^2} = 3\,dx - \frac{x\,dx}{\sqrt{1 - x^2}} = 0 \text{ ist.}$$

Alsdann ist aber $3\,dx = \frac{x\,dx}{\sqrt{1 - x^2}}$, und $3 = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$ oder $3 = \frac{\text{Sin. m}}{\text{cos. m}}$ = tang. m. Nun ist der Winkel, dessen Tangente = 3 ist, beynahe $71\frac{1}{2}°$; folglich muß die Kraft V am größten seyn, wenn die schiefe Ebne sich gegen den Horizont unter einem Winkel von $71\frac{1}{2}°$ neigt. Ist die Last Q z. B. 1000 ℔, so wird bey einer solchen Neigung eine Kraft von 1054 ℔ erfordert. Unter jedem andern Winkel, in der Voraussetzung, daß die Friction den dritten Theil des senkrechten Drucks betrage, darf die Kraft kleiner seyn.

§. 19.

Wenn die Richtung der Kraft mit dem Horizonte parallel ist, so verhält sich die Kraft zur Last, wie Sin. m : cos. m; P = $\frac{\text{Sin. m}}{\text{cos. m}}$ Q = Q. tang m. Vergleicht man die vorige Kraft mit dieser, so verhalten sie sich zu einander = Sin. m : tang. m = cos. m : 1. Die horizontal wirkende Kraft muß demnach allemal grösser seyn, als die mit der Ebne parallel läuft. Auch die Reibung

muß

muß hier stärker ausfallen, weil der senkrechte Druck auf die schiefe Ebne durch die Kraft selbst wegen ihrer horizontalen Richtung vermehrt wird. Dieser Druck verhält sich nämlich zur Last, wie 1 : cos. m. Daher ist der senkrechte Druck $= \frac{Q}{\text{cos. m.}}$, und die daraus entstehende Reibung $= \frac{fQ}{\text{cos. m}}$. Wollte man eine mit der schiefen Ebne parallele Kraft R anbringen, die mit dieser Reibung das Gleichgewicht hielt, so müßte $R = \frac{fQ}{\text{cos. m}}$ seyn.

Da aber eine solche Kraft R zu einer gleichgeltenden, und mit dem Horizonte parallelen Kraft P′ sich verhält, wie Sin. m : tang. m = cos. m : 1; so ist $P' = \frac{\text{cos. m}}{R}$, oder, weil $R = \frac{fQ}{\text{cos. m}}$; $P' = \frac{fQ}{\text{cos.}^2\text{ m}}$. Aus dieser Kraftvermehrung entsteht eiu neuer Druck auf die Ebne. Sie verhält sich wegen ihrer horizontalen Richtung zum perpendikulären Druck auf die Fläche, wie 1 : Sin. m; oder sie ist $= P'.\text{Sin. m} = \frac{fQ}{\text{cos.}^2\text{ m}} \times \text{Sin. m}$ und die davon herrührende Friction $= fP'.\text{Sin. m} = \frac{f^2 Q \text{ Sin. m}}{\text{cos.}^2\text{ m}}$. Um diese zweyte Reibung im Gleichgewichte zu erhalten, wäre eine mit der schiefen Ebne parallele Kraft $R' = \frac{f^2 Q \text{ Sin. m}}{\text{cos.}^2\text{ m}}$ erforderlich; weil sich aber diese zu einer mit dem Horizonte parallelen, gleich-

lau-

geltenden Kraft verhält, oder weil R' : P'' cos. m : 1 d. i. $\frac{f^2 Q \,\mathrm{Sin.}\, m}{\mathrm{cos.}^2 m}$: P'' = cos. : 1; so ist die zum Gleichgewichte mit der zweyten Reibung nöthige Kraft

$$P'' = \frac{f^2 Q \,\mathrm{Sin.}\, m}{\mathrm{cos.}^3 m} = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m} \times f \,\mathrm{tang.}\, m.$$

Hieraus entsteht wieder ein neuer Druck = P'' Sin. m $= \frac{f^2 Q \,\mathrm{Sin.}^2 m}{\mathrm{cos.}^3 m}$, folglich auch eine neue Reibung = $\frac{f^3 Q \,\mathrm{Sin.}^2 m}{\mathrm{cos.}^3 m}$. Um dieser dritten Reibung das Gleichgewicht zu halten, ist eine mit dem Horizonte parallele Kraft $P''' = \frac{f^3 Q \,\mathrm{Sin.}^2 m}{\mathrm{cos.}^4 m} = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m} \times f^2 \,\mathrm{tang.}^2 m$ erforderlich. Werden diese drey Kraftvermehrungen zusammengestellt, so ist

$$\text{die erste} = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m}$$

$$\text{zweyte} = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m} \times f \,\mathrm{tang.}\, m$$

$$\text{dritte} = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m} \times f^2 \,\mathrm{tang.}^2 m$$

woraus sich ersehen läßt, daß die gesammte wegen der Reibung nöthige Kraft

$$p = \frac{fQ}{\mathrm{cos.}^2 m}(1 + f \,\mathrm{tang.}\, m + f^2 \mathrm{tang}^2 m \cdots + f^\infty \mathrm{tang}^\infty m)$$

d. i. einer unendlichen Reihe gleich sey, welche sich auch wirklich summiren läßt, wenn f tang. m < 1 ist, welches bey der schiefen Ebne, wenn sie als Maschine gebraucht

braucht wird, meistens Statt findet, weil ohnehin der Neigungswinkel gemeiniglich weniger als 45° beträgt. Es ist daher

$$p = \frac{fQ}{\cos.^2 m}\left(1. \frac{1}{f\,\text{tang.}\,m} - f^{\infty}\,\text{tang.}^{\infty}\,m\right)$$

$$: \left(\frac{1}{f\,\text{tang.}\,m} - 1\right) = \frac{fQ}{\cos.^2 m}\left(\frac{1}{f\,\text{tang.}\,m}\right)$$

$$: \left(\frac{1 - f\,\text{tang.}\,m}{f\,\text{tang.}\,m}\right) = \frac{fQ}{\cos.^2 m}\left(\frac{1}{1 - f\,\text{tang.}\,m}\right)$$

weil aber $\text{tang}\,m = \frac{\text{Sin.}\,m}{\cos.\,m}$, so ist der letzte Ausdruck

$$= \frac{fQ}{\cos.^2 m}\left(\frac{1}{1 - \frac{f\,\text{Sin.}\,m}{\cos.\,m}}\right) = \frac{fQ}{\cos.^2 m - f\,\text{Sin.}\,m.\cos.\,m}$$

Wird die Kraft $= Q\,\text{tang}\,m$, welche die Last ohne Friction zum Gleichgewichte erfordert, dazu gesetzt, so ist auf der schiefen Ebne die mit dem Horizonte parallel wirkende, und sowohl der Last als der Reibung das Gleichgewicht haltende Kraft $P + p$, oder

$$V = Q\,\text{tang}\,m + \frac{fQ}{\cos.^2 m - f\,\text{Sin.}\,m\,.\cos.\,m}$$

$$= \frac{Q\,\text{Sin.}\,m}{\cos.\,m} + \frac{fQ}{\cos.^2 m - f\,\text{Sin.}\,m\,.\cos.\,m}$$

$$= \frac{Q\,\text{Sin.}\,m.\cos.^2 m - fQ\,\text{Sin.}\,m\,.\cos.\,m + fQ\cos.\,m}{\cos.^3 m - f\,\text{Sin.}\,m\,.\cos.^2 m}$$

$$= Q\left(\frac{\text{Sin.}\,m\,.\cos.\,m - f\,\text{Sin.}^2\,m + f}{\cos.^2 m - f\,\text{Sin.}\,m\,.\cos.\,m}\right)$$

Es

Es ist aber $-f\,\mathrm{Sin.}^2 m + f = (1 - \mathrm{Sin.}^2 m)\,f = f\,\mathrm{cos.}^2 m$, folglich ist $V = Q\left(\frac{\mathrm{Sin.}\,m\,.\,\mathrm{cos.}\,m + f\,\mathrm{cos.}^2\,m}{\mathrm{cos.}^2\,m - f\,\mathrm{Sin.}\,m\,.\,\mathrm{cos.}\,m}\right)$
$= Q\left(\frac{\mathrm{tang.}\,m + f}{1 - f\,\mathrm{tang}\,m}\right)$.

Setzt man die Höhe oder den Sinus der schiefen Ebne $= a$, und ihre Grundlinie oder den Cosinus $= b$, so ist die Tangente $m = \frac{a}{b}$, und die Kraft

$$V = \left(\frac{a}{b} + f\right) : \left(1 - \frac{af}{b}\right) Q = \left(\frac{a+bf}{b-af}\right) Q.$$

Wenn also der Winkel m, oder nach der letzten Formel $a = 0$ gesetzt wird, so ist $V = f\,Q$, wie oben. Bleibt b, d. i. die Grundlinie der schiefen Ebne unverändert, und wächst der Neigungswinkel m, oder die mit dem Sinus gleichgeltende Höhe a; so wächst auch V. Ist der Winkel $m = 45°$, oder $b = a$, und dabey $f = \frac{1}{3}$, so ist $V = 2\,Q$, und die Reibung beträgt in einem solchen Falle so viel als die ganze Last. Bey einem grössern Winkel muß die Kraft V noch mehr verstärkt werden, bis endlich die cotang $m = f$, oder $a = \frac{b}{f}$ wird, wo alsdann keine Kraft mehr möglich ist, die nach paralleler Richtung mit der Grundlinie im Stande wäre, die Last und Reibung dergestalt zu überwinden, daß endlich eine Bewegung erfolgte. In einem solchen Falle ist auf der schiefen Ebne die Bewegung aufwärts ganz unmöglich; weil die Reibung immer grösser wird, je mehr man die Kraft vermehrt.

II.

Ueber Steifigkeit der Seile.

§. 20.

Die vielen Vortheile, welche aus der Unbiegsamkeit der Seile entspringen, sind eine allgemein bekannte Sache. Durch ein etlichemal um einen Pfahl geschlagenes Seil wird ein Schiff gegen den stärksten Strohm aufgehalten. Bey der Aufwindung grosser Lasten beugt man den Unfällen, die daraus entstehen könnten, wenn die Arbeiter das Seil entwischen liessen, dadurch glücklich vor, wenn man das abgewundene Seil sich einigemal um einen festen Körper; welcher der Maschine nahe ist, schlingen läßt. Das bequeme Hinablassen voller Fässer in die Keller mittelst der Seile, besonders wenn diese stark und neu sind, hat seinen meisten Grund in ihrer Steifigkeit; und so ließ sich noch eine Menge Beyspiele anführen, die den grossen Nutzen der Unbiegsamkeit darthun. Aber eben so bekannt ist der Nachtheil, welcher bey dem Maschinenwesen durch die Steifigkeit der Seile verursacht wird. Bey allen Umdrehungsmaschinen muß das Seil sich über Walzen oder Rollen winden, wenn eine Last soll bewegt oder gehoben werden, welches, da es ohne immerwährende Beugungen des Seils nicht geschehen kann, nothwendig einen Widerstand hervorbringt, zu dessen Ueberwindung eine Kraftvermehrung erfordert wird.

Um

Um sich diese nachtheilige Wirkung der Seile anschaulich zu machen, stelle man sich Fig. 13. einen Hacken vor, der mit seiner Krümmung in den Umkreis einer Rolle paßt. So beweglich auch die Rolle ist, so wird doch keine Kraft, die an dem Hacken zieht, vermögend seyn, die Rolle umzudrehen; weil diese nur nach einerley Richtung dieß, und jenseits des Zapfens gedrückt wird. Nimmt man an, dieser Hacken sey biegsam, so wird zwar der Punkt a dem Zuge nachgeben können, der ihn niederzieht; allein es wird doch eine Kraft müssen angewandt werden, den Hacken zu biegen, daß jeder seiner Punkte dem Zuge der Kraft folgen könne. Es wird eine um so viel grössere Kraft müssen angewandt werden, je fester die Theile des Hackens zusammenhängen, und je grösser die Krümmung ist, die eine geradlinigte Figur erhalten soll.

Wird nun das Seil an Maschinen als ein solcher biegsamer Hacken betrachtet, welcher mit der Rolle, oder Welle bewegt werden soll; so ist es klar, daß die zur Bewegung erforderliche Kraft nebst dem Widerstande, der aus der Last, und Reibung entsteht, auch noch denjenigen zu überwinden habe, den das Seil durch die beständige Veränderung seiner Figur verursacht; und daß dieser Widerstand um so viel stärker werden müsse,

1) je grösser der Durchmesser des Seiles ist, und je fester es gewunden, oder durch eine gewisse Zubereitung unbiegsam gemacht ist.

2) Je dünner die Walze oder Rolle ist, über welche das Seil sich winden muß. Denn es wird schon mehr Kraft erfordert, ein Seil aus einer engen Krümmung in eine gerade Linie zu bringen, als aus einer weitern, die sich der geraden Linie mehr nähert.

3) Aus täglicher Erfahrung ist bekannt, daß ein feichtes oder naß gewordenes Seil um vieles unbiegsamer sey, als ein ganz trockenes. Eben so ist auch ein ganz neues Seil steifer, als jenes, das schon längere Zeit gebraucht worden.

Wenn also die natürliche Unbiegsamkeit der Seile zu einem beträchtlichen Hindernisse werden kann, so ist doch jenes noch weit grösser, das aus der Spannung der Seile entsteht, und mit der Grösse der Last zunimmt. Es sey Fig. 14. AB der horizontale Durchmesser einer Rolle, die ihre Axe und ihren Bewegungspunkt in C hat. P und Q seyn Gewichte, welche die nach lothrechten Richtungen an den Endpunkten E und D eines über die Rolle gehenden Seils angebrachte Kraft und Last ausdrücken. Im Falle des Gleichgewichtes muß nach statischen Gesetzen die von der Kraft angewandte Gewalt derjenigen, welche die Last anwendet, gleich seyn, um nach der geringsten Vermehrung der Kraft die Bewegung wirklich anfangen zu können. Wäre weder Reibung noch Steifigkeit des Seils vorhanden, so müßte P = Q seyn; da aber die letztere einen Theil von der Gewalt der Kraft aufhebt, wenn auch die Reibung

Kürze

Kürze halber = o angenommen wird, so muß man $P = Q + r$, oder $P - Q = r$ setzen, wo r derjenige Theil der Kraft ist, welcher wegen des Seiles Steifigkeit völlig verlohren geht. Dieser Verlurst läßt sich auf folgende Art bestimmen:

§. 21.

Wenn das Gewicht Q von der Kraft aufwärts gezogen wird, so ist der Effect des Widerstandes, welcher aus der Beugung des Seiles in A entsteht, dieser, daß die Steifigkeit das Gewicht Q von der durch den Punkt A gezogenen lothrechten Linie abzulenken, und seinen Schwerpunkt in eine vertikale Linie a s zu bringen strebt, die weiter als der Punkt A von dem Mittelpunkte C entfernt ist. Auf der Seite B ergiebt sich der entgegengesetzte Effect, und der Schwerpunkt der Kraft P befindet sich in einer lothrechten Linie br näher an dem Mittelpunkte C als der Punkt B. In diesem Zustande ist das Moment der Kraft $= P . Cb$, oder $P . (CB - Bb)$, und das Moment der Last $= Q . (CA + Aa)$. Es ist also im Zustande des Gleichgewichtes

$$P . (CB - Bb) = Q . (CA + Aa)$$

folglich $P = \frac{Q . (AC + Aa) + P . Bb}{BC}$

$$\text{und } P - Q = \frac{Q . Aa + P . Bb}{BC}.$$

Dieses

Dieses ist die aus der Spannung des Seiles herrührende Vergrösserung des Widerstandes, und kann als eine neue Last betrachtet werden, die mit dem Gewichte Q nach der Richtung AD wirkt.

Wenn man annimmt, daß der Widerstand des Seiles bey seiner Abwickelung von der Rolle an dem Punkte B in Vergleichung mit seinem Widerstande bey seiner Aufwickelung an dem Punkte A könne vernachläßiget werden, wie es auch wirklich in der Ausübung ohne merklichen Irrthum sich annehmen läßt; so wäre Bb = o, und die vorige Gleichung würde nun seyn

$$P - Q = \frac{Q \cdot Aa}{BC}$$

Aus dieser Formel folgt, daß für eine bestimmte Walze, oder Rolle der von der Steifigkeit des Seiles herrührende Widerstand der Spannung Q des Seiles, und einer unbekannten Grösse Aa proportional sey. Man kann diese Grösse einer Potenz m vom Durchmesser des Seiles proportional annehmen. Nennt man also diesen Durchmesser K, so hat man $Aa = bK^m$; wo b und m Grössen sind, die aus der Erfahrung bestimmt werden müssen, und die Gleichung verwandelt sich, wenn man den Halbmesser der Rolle R nennt, in

$$P - Q = \frac{QbK^m}{R}.$$

In

In diesem Ausdrucke wird die Steifigkeit des Seils nur als eine Folge von der Spannung Q betrachtet; indessen hat das Seil schon durch seine Verflechtung, ohne einige Rücksicht auf eine äussere Spannung, einen gewissen Grad der Steifigkeit, die, wo man R als unveränderlich annimmt, einen beständigen Widerstand verursacht, der zu jenem, welcher von der Spannung des Seils herrührt, addirt werden muß. Dieser unveränderliche Widerstand kann wie der erste gleich einer Potenz m vom Durchmesser des Seils angenommen werden, oder $= a K^m$ seyn. Weil aber bey einem kleinern Durchmesser der Rolle die Krümmung des Seils und der damit verburdene Widerstand auch ohne Rücksicht auf die Spannung nothwendig vergrössert werden muß; so erhält man für den wahren Werth des unveränderlichen Widerstandes den Ausdruck $\frac{a K^m}{R}$.

Wird diese Grösse $\frac{a K^m}{R}$ zu der vorhin gefundenen $\frac{Q b K^m}{R}$ addirt, so ist der gesammte von der Unbiegsamkeit des Seils herrührende Widerstand $= \frac{K^m}{R} a + b Q)$.

Will man daher den für die Kraft daraus erwachsenden Nachtheil berechnen, so muß vorausgesetzt werden, daß an der Stelle, wo das Seil sich aufwickelt, ausser der Last Q noch ein Widerstand $= \frac{K^m}{R} (a + b Q)$ sich befinde, welcher nach der Richtung AD des Seils wirkt, und eine gleichgeltende Kraftvermehrung fordert.

Wer-

Werden die Grössen a, b und m durch die Erfahrung bestimmt, so muß dadurch die Art der angenommenen Function für die Steifigkeit der Seile sich zugleich rechtfertigen lassen.

§. 22.

Nach Amontons hat unstreitig Herr Coulomb die genauesten und zuverläßigsten Versuche über die Steifigkeit der Seile angestellt, und deßwegen im Jahre 1782 den Preis, der verdoppelt war, durch seine darüber verfaßte Abhandlung von der königl. Akademie der Wissenschaften erhalten. Er bediente sich zwoer Methoden, den Effect der Steifigkeit zu untersuchen. Die erste gehört Hrn. Amontons zu, und wird hier Kürze halber als bekannt vorausgesetzt; die andere war seine Erfindung, und bestand darin, daß er Walzen von verschiedenen Durchmessern auf zwo horizontale Leisten legte, über welche Seile herabhiengen, die an beyden Enden mit Gewichten belastet waren. Als er schon zuvor die Grösse der Reibung bey einem gleich starken Drucke bestimmt hatte, war es ihm ein leichtes, den aus der Steifigkeit der verschiedenen Seile herrührenden Widerstand zu erfahren. Diese Methode diente ihm zugleich zur Bestimmung der Reibung an Zilindern, welche sich über horizontale Flächen wälzen. Sie ist auch direkter als die Amontonssche, und hat außerdem den Vorzug, daß sie die Kräfte angiebt, welche nöthig sind, ein Seil um eine Walze zu beugen, die einen Fuß oder noch

mehr

mehr im Durchmesser hält, wozu die erste Methode sich nicht gebrauchen läßt, ohne das Gewicht der Walze durch ein Gegenwicht aufzuheben. Diese Vervielfältigung der Kräfte aber bringt nothwendig Ungewißheit in das Resultat der Versuche.

Nach der ersten Methode fand Herr Coulomb bey einer Last von 625 ℔ einen Widerstand, welchen die Seile ihrer Aufwickelung um einen Zilinder von 4 Zoll im Durchmesser entgegen setzten, und zwar bey einem Seile

von 6 Litzfäden und $12\frac{1}{2}$ Lin. im Umfange --- 14,4 ℔
von 15 Litzfäden und 20 Lin. im Umfange --- 33,4 ℔
von 30 Litzfäden und 28 Lin. im Umfange --- 62,0 ℔

Aus diesen Versuchen kann der Werth für den Exponenten m bestimmt werden; und zwar ist, wann n die Verhältnißzahl des Durchmessers zum Umfange bedeutet,

$$\text{I. } \frac{(12{,}5 \cdot n)^m}{24 \text{ Lin.}} \times (a + b\,Q) = 14{,}4$$

$$\text{II. } \frac{(20 \cdot n)^m}{24 \text{ Lin.}} \times (a + b\,Q) = 33{,}4$$

$$\text{III. } \frac{(28 \cdot n)^m}{24 \text{ Lin.}} \times (a + b\,Q) = 62.$$

Wird die erste Gleichung mit der dritten verglichen, so ist das Produkt aus beyden

$$12{,}5^m \times 62 = 28^m \times 14{,}4$$

$$\frac{28^m}{12{,}5^m} = \frac{62}{14{,}4}$$

$$m \times \text{Log.} \frac{28}{12{,}5} = \text{Log.} \frac{62}{14{,}4}$$ und daher

$$m = \text{Log.}\ \frac{62}{14,4} : \text{Log.}\ \frac{28}{12,5} = \frac{0,63403}{0,35025} = 1,8$$

Die erste Gleichung mit der zweyten giebt m = 1,7
Die zweyte mit der dritten - - - - - - m = 1,8

Aus diesen Resultaten erhellet, daß der Widerstand eines Seiles, welches man um eine Walze herumbeugen will, sehr nahe dem Quadrat des Seiles Durchmesser proportional sey. Wo aber noch bemerkt werden muß, daß der Exponent m nicht für alle Arten von Seilen einerley sey; sein Werth hängt bey Seilen auch von gleicher Güte von ihrem öftern oder seltnern Gebrauche, und ihrer mehreren oder minderen Biegsamkeit ab. Indessen hat Herr Coulomb diesen Werth doch nie unter 1,4 gefunden; welchen man daher bey schon etwas abgenützten Seilen für den Exponenten m annehmen darf.

§. 23.

Um die Grössen a und b in der Formel $\frac{K^m}{R}(a + b\,Q)$ zu bestimmen, wählte Herr Coulomb eine Walze von 2 Zollen Durchmesser, und spannte das aus 30 Litzfäden bestehende Seil anfänglich mit 25 ℔. Der Widerstand war 22 ℔. Das Gewicht wurde nachmals immer vermehrt, bis es 625 erreichte. Bey dieser letzten Spannung betrug der Widerstand 134 ℔. Daraus ließ sich nun abnehmen, daß zu einer um 600 ℔ vergrösserten Spannung eine Vergrösserung des Widerstandes von

134

134 — 22 oder von 112 ℔ gehörte, welches 18,7 ℔ auf den Zentner beträgt. Es konnte daher auch bestimmt werden, daß für die Spannung von 25 ℔ nur 4,7 ℔ als Widerstand gehören; die übrigen 17,3 ℔ hingegen von der natürlichen Unbiegsamkeit des Seiles herrühren. Der erste Theil des Widerstandes ist also dem Werthe von $\frac{K^m}{R} b Q$ proportional; der zweyte aber enthält den doppelten und unveränderlichen Werth von $\frac{K^m}{R} a$. Die Ursache des doppelten Werths liegt in Amontons Methode, wo sich der Bewegungspunkt am Ende vom Halbmesser der Walze befindet; da hingegen dieser Punkt bey Coulombs Vorrichtung, für welche der Ausdruck $\frac{K^m}{R} a$ anwendbar ist, in die Axe der Walze fällt. Es darf daher für diesen Ausdruck nur die Hälfte der 17,3 ℔ gesetzt werden.

Wird demnach der Halbmesser der Walze 12 Linien $= R$, die Spannung von 100 ℔ $= Q$, der Durchmesser des Seiles 9 Lin. $= K$, der Exponent $m = 1{,}7$ angenommen; so ist

$$\frac{K^m a}{R} = \frac{9^{1,7}}{12} . a = 8{,}6$$

und $\frac{K^m}{R} . bQ = \frac{9^{1,7}}{12} . 100\, b = 18{,}7$

folg-

folglich $a = \frac{103,2}{9^{1,7}} = 2,45$

und $b = \frac{2,244}{9^{1,7}} = 0,053$

und die Formel $\frac{K^m}{R}(a + bQ)$ verwandelt sich in

$\frac{K^{1,7}}{R}(2,45 + 0,053\,Q)$.

Nach verschiedenen Versuchen stimmten die berechneten Werthe mit den beobachteten ganz genau überein; auch sogar bey nassen Seilen änderte sich nur jener Theil des Widerstandes, der aus der natürlichen Unbiegsamkeit entsteht: der übrige, welcher aus der Spannung herrührte, gab den unbeträchtlichen Unterschied von 0,3 ℔ auf jeden Zentner an.

Als endlich Herr Coulomb mit den nämlichen Seilen nach seiner eigenen Methode Versuche anstellte; so erhielt er beynahe einerley Resultate mit jenen, die ihm Amontons Methode gewährte. Er wählte zu dem Ende eine Walze von 4 Zollen Durchmesser; das ungepichte Seil bestand wie oben aus 30 Litzfäden; die Spannung Q war = 100 ℔, und das wegen der Steifigkeit zugelegte Gewicht betrug 13,2 ℔.

Werden in der Formel $\frac{K^m}{R}a + \frac{K^m}{R}bQ$ für a, b, m und K die vorigen Werthe genommen, Q = 100 und

und R = 24 Lin. gesetzt; so ist der beständige Theil

$$\frac{Km}{R} a = \frac{9^{1,7}}{24} \times 2,45 = 4,3 \text{ ℔}$$

und $\frac{Km}{R} bQ = \frac{9^{1,7}}{24} \times 0,053 \times 100 = 9,2$ ℔.

Folglich giebt die Formel einen Widerstand von 13,5 ℔.

Hieraus kann man ersehen, wie nahe die Erfahrung und Berechnung zusammen stimmen, und daß in diesem Versuche der ganze Unterschied nicht mehr als 0,3 ℔ betrage. Herr Coulomb konnte demnach mit vieler Zuverläßigkeit den Schluß machen, daß jeder durch die Steifigkeit der Seile entstehende Widerstand zusammengesetzt sey, und aus zween Theilen bestehe, wovon einer beständig ist, der andere hingegen in einem gleichen Verhältnisse mit der Spannung wächst. Er war auch zugleich versichert, daß die Function $\frac{Km}{R}(a + bQ)$ in der That die jenige sey, welche man wählen müsse, den von der Steifigkeit der Seile verursachten Widerstand auf eine Art auszudrücken, welche der Erfahrung entspricht.

§. 24.

Es mag also bey Umdrehungs-Maschinen, wo nämlich ein Seil zur Hebung einer Last um eine Welle oder Rolle bewegt wird, in der Ausübung die Formel $\frac{Km}{R}(+ bQ)$ immer als richtig zur Berechnung des

aus

aus der Steifigkeit der ungepichten Seile herrührenden Widerstandes gebraucht werden. K wird alsdann jedesmal den Durchmesser des Seiles, R den Halbmesser der Welle oder Rolle, beyde in Linien ausgedrückt, Q die Grösse der Spannung bedeuten. Der Exponent m kann bey ganz neuen und sehr fest gewundenen Seilen = 2, bey abgenützten = $\frac{3}{2}$ angenommen werden; der Werth hingegen für a bleibt beständig = 2,45, für b = 0,053. Man hat auch nicht zu befürchten, daß bey geschwindern Aufwickelungen des Seiles der Widerstand merklich abgeändert werde, wenn man gleichwohl vermuthen könnte, daß wegen den schnellern Krümmungen auch ein grösseres Hinderniß Statt haben müßte. Herr Coulomb stellte eine Menge Versuche an, indem er die an dem abwickelnden Seile angehängte Kraft mit verschiedenen Zulagen vermehrte, und dadurch bald eine grössere, bald eine geringere Geschwindigkeit in der Aufwickelung bewirkte. Nur bey den Spannungen, die unter 100 ℔ waren, und bey ganz neuen Seilen fand er einigen Unterschied, der aber in der Ausübung meistens sehr unmerklich wird, und bey beträchtlichen Spannungen ganz wegfällt. Die Formel mag also in jedem Falle vollkommen anwendbar seyn.

III.

Anwendung.

§. 25.

Noch Manches ließ sich den bisherigen Untersuchungen beyfügen, und noch lange nicht ist alles gesagt, was über Reibung und Steifigkeit der Seile gesagt werden könnte. Allein es war auch meine Absicht nicht, alles zu erschöpfen, und dieß um so viel weniger, weil doch am Ende alle auch noch so verwickelte Formeln nur unter der Voraussetzung gültig und brauchbar werden, in so ferne sie sich auf allgemein gültige Gesetze stützen, die doch allenthalben mangeln. Selbst die bisher gegebenen Formeln sind von dieser Art, und können nicht mehr leisten, als daß man bey ihrem Gebrauche in der Ausübung nicht zu sehr von der Wahrheit abweiche. Indessen kann man doch mit ihrer Beyhilfe die gewöhnlichen Maschinen so berechnen, daß sich für jeden Fall die erforderliche Kraft mit einiger Zuverläßigkeit angeben läßt. Um also diese Blätter denen vorzüglich, für welche sie bestimmt sind, recht brauchbar zu machen, will ich nun die Anwendung und Verbindung der verschiedenen Formeln in etlichen Beyspielen erklären.

§. 26.

Hornhaspel, oder gemeiner Berghaspel.

Diese äußerst einfache Maschine besteht gewöhnlich aus einer hölzernen Walze, um welche sich ein Seil windet, mittelst dessen eine Last gehoben wird. An beyden Enden der Axe befinden sich meistens zilindrische Zapfen aus Eisen, an deren Verlängerung Kurbeln oder Krummzapfen angebracht sind, auf welche die Kraft wirkt.

Dergleichen Maschinen werden nur von Menschen getrieben; und weil die Hand bey der kreisförmigen Bewegung der Kurbel bald hoch, bald niedrig zu liegen kommt, so versteht es sich von selbst, daß es von den Arbeitern nicht möglich ist, immer perpendikulär auf dieselbe zu wirken, und daß dieses nur in zwo Lagen, wo nämlich der Bug der Kurbel horizontal ist, geschehen könne. In allen übrigen Situationen bleibt die Kraft schwächer, und ist ein minimum, wenn der Bug eine vertikale Lage hat. Daraus folgt, daß der Hornhaspel so wie alle Maschinen mit Kurbeln oder Krummzapfen einen sehr ungleichförmigen Gang hat, und daß die Kraft, weil sie immer wie von neuem anfangen muß, eher ermüdet wird, als es bey Maschinen geschieht, bey welchen eine immer gleichförmige Anspannung Platz hat. Diesem Uebel kann in etwas abgeholfen werden, wenn man beyden Kurbeln eine solche Stellung giebt, daß die Flächen, worin sie liegen, sich unter rech=

rechten Winkeln schneiden, damit, wenn eine in die vertikale Lage kommt, die andere in der horizontalen den stärksten Druck erhalte.

Es sey der Halbmesser der Walze = $4\frac{1}{2}$ Zoll; der Zapfen = $\frac{3}{4}$ Zoll; der Bug der Kurbeln, oder die Entfernung der Kraft vom Mittelpunkte der Bewegung = 18 Zoll; der Durchmesser des Seiles = 12 Linien; das Gewicht der Walze sammt den Kurbeln = 200 Pf., das Gewicht des Seils, und der Truhen oder Tonnen bey einem Berghaspel = 150; die Last, welche gehoben werden muß, = 150 Pf.

Weil bey einem Berghaspel das Seil und die Truhen auf beyden Seiten der Walze gleich schwer, und folglich miteinander im Gleichgewichte sind; so ist das mechanische Moment der Last = $150 \times \frac{9}{2} = 675$, und jenes der um 18 Zoll vom Mittelpunkte entfernten Kraft = $18\,P = 18 \times 37\frac{1}{2}$. Die Kraft, welche ohne Rücksicht auf Hindernisse mit der Last das Gleichgewicht hält, dürfte also nur $37\frac{1}{2}$ Pf. seyn, wovon jeder Kurbel $18\frac{3}{4}$ Pf. zu Theile würden.

Nun aber sind zwey Hindernisse unvermeidlich, deren eines aus der Unbiegsamkeit des Seiles, das andere durch die Reibung der Zapfen in ihren Lagern entsteht.

Das erste ergiebt sich bey der Aufwickelung des Seiles über die Walze. Um die Grösse dieses Hinder-

nisses bestimmen zu können, muß vorausgesetzt werden, daß die Spannung des Seiles 225 Pf., nämlich 150 Pf. wegen der Last, und 75 Pf. wegen der Truhe, und des Seiles selbst betrage. Es muß daher nach §. 23. an der Walze der Widerstand

$= \frac{K^m}{R}(a + bQ)$ seyn, wo $K = 12$ Lin. $m = 1,7$, $R = 54$ Lin. $a = 2,45$, $b = 0,053$, und $Q = 225$ ist. Das Hinderniß aus der Steifigkeit des Seiles ist also

$$= \frac{12^{1,7}}{54}(2,45 + 0,053 \times 225) = 15,09 \text{ Pf.}$$

Wird dieser Werth auf die Distanz der Kraft reducirt, so ist $18 : 4,5 = 15,09 : 3,77$. Die Kraft muß daher an den Kurbeln um 3,77 Pf. vermehrt werden.

Das zweyte Hinderniß verursacht die Reibung der Zapfen. Weil der Druck, welcher nebst der ganzen Last auch zugleich aus der Kraft entsteht, in jeder Lage der Kurbeln anders ist; so kann die Friction bey solchen Maschinen nicht immer gleich bleiben. Indessen wird der Unterschied doch ganz unmerklich, wenn die Kurbeln unter einem rechten Winkel gegeneinander stehen, und zugleich angenommen wird, daß die halbe Kraft auf die vertikale, und die andere auf die horizontale Kurbel wirke. Im ersten Falle, wo der Winkel $\alpha = 90^\circ$, ist nach §. 13. $p = \frac{fr}{A}\sqrt{(Q+q)^2 + (P+p)^2}$.

Wird $f = \frac{1}{3}$, $r = \frac{3}{4}$, $A = 18$, $Q = 150$, $q = 350$, $P = 37\frac{1}{2} + 3,77$ gesetzt, p unter dem Wurzelzeichen

hinge-

hingegen vernachlässiget, so ist

$$p = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}}{18} \sqrt{500^2 + 41,27^2} = 7 \text{ Pf. beynahe.}$$

Im zweyten Falle, wo der Winkel $\alpha = 0$, ist nach §. 13.

$$p = fr \frac{(Q + P + q)}{A - fr}, \text{ oder}$$

$$p = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \frac{(500 + 41,27)}{18 - \frac{1}{4}} = 7,62 \text{ Pf.}$$

Wird von jedem dieser zween Werthe die Hälfte genommen, so erhält man den Widerstand aus der Reibung $= 7\frac{1}{3}$ Pf. beynahe.

Soll demnach mittelst einer solchen Maschine eine Last von 150 Pf. gehoben werden; so muß die Kraft an den Kurbeln eine Gewalt ausüben

a) wegen dem statischen Moment	=	37,50 Pf.
b) wegen der Steifigkeit des Seils	=	3,77 —
c) wegen der Friction	=	7,31 —
Zusammen	=	48,58 —

Da man aus der Erfahrung weiß, daß einem Menschen bey Kurbelmaschinen höchstens 20 Pf., wenn die Arbeit längere Zeit anhalten soll, aufgebürdet werden können, hier aber eine Anstrengung von mehr als 24 Pf. erfordert wird; so müßte bey dieser Aufgabe die Last entweder vermindert, oder der Durchmesser der Walze kleiner angenommen werden, wenn die Last aus einer grossen Tiefe zu heben wäre.

Setzt man einen Schacht, aus welchem Erz mit einem solchen Haspel zu fördern ist, 20 Lachter tief, so müßten bey einer Geschwindigkeit von 2 Sch. in einer Zeit-Sekunde zur Förderung 4 Minuten verwendet werden.

§. 27.

Stehende Winde.

Bey dieser ebenfalls sehr einfachen Maschine treten zween Vortheile ein, welche bey dem gemeinen Haspel nicht Statt haben können. Hier kann nämlich das mechanische Moment der Kraft um vieles mehr vergrössert werden, als bey dem Haspel; auch kann bey dem Gebrauche dieser Maschine der Mensch immer senkrecht auf die Zugstange wirken, und indem er sich vorne überlegt, und mit den Füssen gegen die Erde stemmt, seine Muskeln auf die vortheilhafteste Art gebrauchen.

Man stelle sich eine stehende Winde vor, durch die eine Last mittelst eines Seiles, das über eine feste Rolle läuft, und sich nach horizontaler Richtung an der Winde aufwickelt, zu heben ist. Der Halbmesser der Winde, wo die Aufwickelung geschieht, sey = 12 Zoll, des untern und obern Zapfens = 9 Lin., jede der 4 Zugstangen sey 7 Sch. lang, die Dicke des Seiles betrage 12 Lin.; der Halbmesser der Rolle 4 Zoll, der Halbmesser ihres Zapfens oder Polzens 5 Lin.; die Last sey 600 Pf., das Gewicht der Winde 200 Pf., der Rolle 5 Pf.

Bey

Bey dieser Maschine, wenn keine Hindernisse sich vorfänden, wäre die Kraft zur Last, wie 1 : 7, oder $85\frac{5}{7}$ Pf. könnten das Gleichgewicht mit der Last halten. Nun aber entsteht ein Widerstand 1) durch die Steifigkeit des Seils, indem es sich über die Rolle winden muß; 2) durch die Reibung der Rolle an ihrem Zapfen; 3) durch die Unbiegsamkeit des Seiles an der Winde; 4) durch die Reibung an den Seiten der Windezapfen, und endlich 5) durch die Reibung an der Grundfläche des untern Windezapfens.

I. Wegen der Steifigkeit des Seils an der Rolle ist der Widerstand nach §. 23. $= \frac{K^m}{R}(a + bQ)$, wo $K = 12$ Lin. $m = 1{,}7$, $R = 48$ Lin. $a = 2{,}45$, $b = 0{,}053$, und $Q = 600$ ist. Dieser Widerstand beträgt daher $\frac{12^{1{,}7}}{48}(2{,}45 + 0{,}053 \times 600)$ oder 48,75 Pf.

II. Wegen der Reibung an dem Zapfen der Rolle, auf welche die Last senkrecht, und die wegen der Steifigkeit des Seiles verstärkte Kraft horizontal wirkt, ist nach §. 13. der Widerstand $p = \frac{fr}{A}\sqrt{(Q+q)^2 + (P+p)^2}$. Wird $f = \frac{1}{3}$, $r = 5'''$, $A = 48'''$, $Q + q = 605$, und $P = 648{,}75$ Pf. gesetzt, das p aber unter dem Wurzelzeichen vernachläßiget, so ist der Widerstand aus dieser Reibung $= \frac{\frac{1}{3} \times 5}{48}\sqrt{605^2 + 648{,}75^2} = 30{,}6$ Pf.

Das

Das Seil zwischen der Rolle, und Winde muß demnach gespannt werden

1) wegen der Last . . . . = 600,— Pf.
2) wegen der Steifigkeit an der Rolle = 48,75 —
3) wegen der Reibung am Zapfen der Rolle = 30,6 —

Zusammen = 679,35 —

III. Mit dieser Spannung soll das Seil um die stehende Welle sich winden, wodurch ein neues Hinderniß entsteht $= \frac{Km}{R}(a + bQ)$. Wird $K = 12'''$, $m = 1,7$, $R = 144'''$, $Q = 679,35$ Pf. gesetzt, so ist dieser Widerstand $= \frac{12,1\,7}{144}(2,45 + 0,053 \times 679,35) = 17,08$ Pf. Bis hieher beträgt also die Last sammt den Hindernissen 696,43 Pf., welche an den Zugstangen eine Kraft fordern, die sich zum Widerstande verhält, wie 1 : 7, oder 99,49 Pf. seyn muß.

IV. Ferner muß die Kraft wegen der Seitenreibung an den Zapfen der Winde vermehrt werden nach §. 14. mit einer Anstrengung $= \frac{fr\,Q}{A}$, weil die Kraft auf 4 Zugstangen wirkt, die unter rechten Winkeln gegeneinander gestellt sind.

Wird $f = \frac{1}{3}$, $r = \frac{3}{4}$, $A = 84''$, $Q =$ der Spannung des Seils zwischen der Rolle und Winde, oder $= 679,35$ Pf. angenommen, so ist der aus dieser Reibung herrührende Widerstand $= 2$ Pf.

V.

V. Die Reibung an der Grundfläche des Zapfens könnte zwar in diesem Beyspiele ganz vernachläßiget werden, weil sie nur von dem Gewichte der Winde entsteht, und die Entfernungen des Widerstandes, und der Kraft vom Mittelpunkte gar zu sehr verschieden sind. Doch soll der Vollständigkeit halber auch dieses Hinderniß berechnet werden. Nach §. 14. ist daher

$$p = \frac{2 f r q}{3 A} = \frac{2 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} 200}{3 \times 84} = 0{,}39 \text{ Pf.}$$

Werden nun diese letzten zwey Hindernisse zu der n. III. angegebenen Kraft addirt, so erhellet, daß an den Zug- oder Drehstangen eine Gewalt von 102 Pf. beynahe müsse ausgeübt werden, wenn eine Last von 600 Pf. mit einer solchen Maschine zu heben ist. Und weil hievon jeder Zugstange nur $25 \frac{1}{2}$ Pf. zu Theile werden, so kann bey der vortheilhaften Stellung der Arbeiter, die hier möglich ist, eine Last von 600 Pf. gar wohl mit einer Geschwindigkeit von 2 Sch., auch auf eine längere Zeit überwunden, und in 2 Minuten wenigstens 70 Sch. hoch gehoben werden.

§. 28.

Zusammengesetzter viermännischer Haspel.

Bey verstärkten Maschinen durch Zahn, und Getreb gewinnt zwar die Kraft an ihrem statischen Momente, verliert aber durch die vermehrten Hindernisse

ver-

verhältnißmäßig mehr, als wenn die Maschine einfacher wäre. Hier soll zum Beyspiele dienen ein zusammengesetzter Haspel, der aus einem Wellrade, um dessen Welle sich das Seil windet, und einem Trilling besteht, an dessen Axe zwo doppelte Kurbeln so angebracht sind, daß sie miteinander vier rechte Winkel gestalten.

Der Halbmesser der Welle sey 5 Zoll, des Stirnrades 30 Zoll, der Zapfen am Wellrade 9 Linien, der Durchmesser des Seiles 14 Lin., der Halbmesser des Trillings 10 Zoll, seiner Zapfen oder Axe 6 Lin., der Abstand der Kraft vom Mittelpunkte 18 Zolle Das Gewicht der Radwelle betrage 200 Pf., des Seiles sammt den zwey daran hängenden Tonnen 250 Pf., des Trillings sammt den Kurbeln 100 Pf., die Last 600 Pf.

Wenn in dieser Aufgabe zur Berechnung der nöthigen Kraft nur auf das mechanische Moment dürfte Rücksicht genommen werden; so wäre bey dieser Maschine eine Anstrengung von $55\frac{5}{9}$ Pf. zureichend, mit 600 Pf. Last das Gleichgewicht zu halten. Weil aber der Widerstand 1) durch die Aufwindung des Seils um die Welle, 2) durch die Reibung der Zapfen des Wellrades, 3) durch die Friction bey dem Eingriffe der Triebstecken in die Zähne des Stirnrades, und 4) durch die Reibung der Axe des Trillings um vieles vermehrt wird, so muß auch die Anstrengung der Kraft beträchtlich grösser werden.

I. Der Widerstand, welcher an der Welle aus der Unbiegsamkeit des Seiles herrührt, ist $= \frac{K^m}{R}(a + bQ)$, wo $K = 14''$, $m = 1{,}7$, $R = 60'''$, $a = 2{,}45$, $b = 0{,}053$, und Q wegen einer Tonne sammt der Last = 725 Pf. und das Hinderniß $= \frac{14^{1{,}7}}{60}(2{,}45 \times 0{,}053 \times 725)$ $= 56{,}87$ Pf. ist.

Es müßte demnach an der Welle eine Kraft = 656,87 Pf. angewandt werden, wenn sie mit der Last, und mit dem Widerstande des Seiles das Gleichgewicht halten sollte. Es verhält sich aber die Kraft an der Welle zu einer gleichgeltenden an dem Rade, wie 30 : 5, oder 656, 87 : P = 6 : 1. Die Kraft muß daher am Rade 109.445 Pf. betragen. Ergreift nun der Trilling die Zähne senkrecht unter dem Rade; so drückt die Kraft den untersten Zahn nach horizontaler Richtung, da indessen die Last an der Welle abwärts zieht.

II. Der zweyte Widerstand ist daher wie im vorigen §. n. II. $= \frac{fr}{A}\sqrt{(Q + q)^2 + (P + p)^2}$ d. i. $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}}{30}\sqrt{1050^2 + 109{,}445^2} = 8{,}83$ Pf., wenn man die gehörigen Werthe in der Formel substituirt, und p unter dem Wurzelzeichen als unbedeutend wegläßt. Der Widerstand am Rade wird folglich um 8,83 Pf. durch die Friction der Zapfen an der Welle vermehrt, und beträgt bis hieher 118,275 Pf.

III. Mit einer eben so grossen Gewalt muß der Triebstecken an den Zahn des Stirnrades drucken; oder vielmehr mit einer Kraft von 118,275 Pf. widersteht der Zahn der Bewegung des Triebsteckens. Dieser kann sich also nur mittelst einer Reibung bewegen, die zwischen Zahn und Getrieb nothwendig entstehen muß, und bedarf zum Gleichgewichte eines Gegendrucks

$$= \frac{19}{18} Q = \frac{19}{18} \times 118,275 \text{ Pf.} = 124,846 \text{ Pf. } \S. 17.$$

Wobey zu erinnern ist, daß die Halbmesser des Trillings und Rades ꝛc. nachdem schon alles auf das letztere reducirt ist, keinen Einfluß mehr haben.

Der Trilling kann nun als eine Welle betrachtet werden, an welcher eine Last von 124,846 Pf. nach horizontaler Richtung zieht. Diese Last fordert zum Gleichgewichte an den Kurbeln eine Kraft, die sich zu ihr verhält, wie der Halbmesser des Trillings zur Entfernung der Kräfte vom Mittelpunkte der Bewegung, oder $P : 124,846 = 10 : 18$, wo folglich $P = 69,36$ Pf. seyn muß.

IV. Durch diese Anstrengung der Kraft sowohl, als auch durch das Gewicht des Trillings, und den Widerstand am Triebstecken wird die Axe des Trillings auf seine Unterlagen gedrückt, woraus das vierte Hinderniß entsteht. Um dieses zu bestimmen. muß wegen den vier Partial-Kräften an den Kurbeln in der Formel §. 13. der Winkel $\alpha = 0, = 90^\circ, = 180^\circ, = 270^\circ$,

der

der Winkel β hingegen wegen der horizontalen Richtung des Widerstandes an dem Trillinge immer $= 90^\circ$ angenommen werden. Es müssen daher für vier Fälle Formeln aus der Hauptformel abgeleitet, und aufgelöset werden, und zwar

1. wenn $\alpha = 0$, ist $p = \frac{fr}{A}\sqrt{(q + P + p)^2 + Q^2}$

2. - - $\alpha = 90^\circ$ - $p = \frac{fr}{A}\sqrt{q^2 + (Q - (P + p))^2}$

3. - - $\alpha = 180^\circ$ - $p = \frac{fr}{A}\sqrt{(q - (P + p))^2 + Q^2}$

4. - - $\alpha = 270^\circ$ - $p = \frac{fr}{A}\sqrt{q^2 + (Q + P + p)^2}$

Folglich ist die Reibung, wenn $Q = 124,8$, $P = 69,3$, $q = 100$, $r = \frac{1}{2}$, $A = 18$ gesetzt, und p unter dem Wurzelzeichen vernachläßiget wird.

Nach n. 1. $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{18}\sqrt{169,3^2 + 124,8^2} = 2$ Pf. beynahe

- n. 2. $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{18}\sqrt{100^2 + 55,5^2} = 1$ Pf.

- n. 3. $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{18}\sqrt{30,7^2 + 124,8^2} = 1,2$ Pf.

- n. 4. $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{18}\sqrt{100^2 + 169,3^2} = 1,8$ Pf.

Weil die Kraft an jeder Kurbel nur den vierten Theil des Widerstandes zu überwinden hat, so darf auch von den gefundenen Werthen nur der vierte Theil angesetzt werden, der beynahe 1,5 Pf. beträgt, und mit der vorher angegebenen Kraft beynahe 71 Pf. ausmacht.

Soll

Soll demnach mit dieser Maschine eine Last von 600 Pf. gehoben werden, so wird an jeder Kurbel eine Anstrengung von 17¾ Pf. erfordert, die im Falle, daß die Kurbeln unter rechten Winkeln gegeneinander stehen, der Kraft des Menschen auch sehr angemessen ist.

Wird die Geschwindigkeit 2 Sch. angenommen, und soll die Last 120 Sch. gehoben werden, so ist eine Zeit von 10′ 50″, oder beynahe 11 Minuten dazu erforderlich.

§. 29.

Flaschenzug in Verbindung mit einem Radhaspel.

Um grössere Lasten zu heben, ist eine sehr gewöhnliche Anrichtung, daß die Last mit einem Flaschenzuge verbunden, und das Zugseil über die Welle eines Rad- oder Kreuzhaspels gewunden wird. Dergleichen Maschinen scheinen zwar sehr einfach zu seyn; allein die Hindernisse, die hauptsächlich der Flaschenzug verursacht, sind dabey weit grösser, als man es vermuthen sollte, und die Kraft gewinnt lange das nicht, was die Statik angiebt.

Es soll z. B. eine Last von 1800 Pf. gehoben werden. Der dazu nöthige Flaschenzug bestehe aus 6 Rollen, deren mittlerer Halbmesser 4 Zoll, der Halbmesser ihrer Axen 6 Lin., der Halbmesser der Welle 5 Zoll, des Hornrades 2½ Fuß, beyder Zapfen an der Welle

9 Linien, das Gewicht des Radhaspels 200 Pf., der untern Flasche 18 Pf.

Wenn die Kraft, welche an den Hörnern des Rades senkrecht wirkt, nur die Last zu überwinden hätte, so wäre eine Anstrengung von 50 Pf. schon zureichend, mit ihr das Gleichgewicht halten zu können. Es entsteht aber bey dem Flaschenzuge sowohl, als bey dem Radhaspel ein doppelter Widerstand, einer nämlich aus der Steifigkeit des Seiles, der andere aus der Friction der Zapfen.

Was das erste betrifft, so ist es klar, daß sich das Seil sechsmal über die Rollen biegen müsse. Weil aber ein jedes Seil nur von dem sechsten Theile der Last, oder von 303 Pf. gespannt wird; so folgt, daß der Widerstand, der sich aus der Steifigkeit des Seils ergiebt, sechsmal zu nehmen sey, wenn man seinen ganzen Werth erhalten will.

Nun ist bey einem Seile der Widerstand $= \frac{K^m}{R}(a + b\,Q)$

und bestimmt $= \frac{12^{1,7}}{48}(2,45 + 0,053 \times 303) = 33,17$ Pf., folglich daß sechsfache $= 199$ Pf.

Ferner wird der Widerstand durch die Friction der Rollen an ihren Axen vermehrt. Zum Gleichgewichte mit diesem Hindernisse sammt der Last ist §. 16. die erforderliche Kraft $V = \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + fr}{A - fr}\right)^m$, wo im ge-

gen-

genwärtigen Falle n und m = 6, Q = 1800 + dem Gewichte der Rollen, welches 18 Pf. seyn soll, A = 4 Zoll, $f = \frac{1}{3}$, $r = \frac{1}{2}$ Zoll angenommen wird. Es muß demnach die Kraft

$$V = \frac{1}{6} \times 1818 \left(\frac{4 + \frac{1}{6}}{4 - \frac{1}{6}}\right)^6 = 499{,}7 \text{ Pf.}$$ seyn, welche, wenn keine Reibung wäre, um 196,7 Pf. geringer seyn dürfte, und mit einer Anstrengung von 303 Pf. schon zureichen würde, mit der Last das Gleichgewicht halten zu können. Die Reibung der Rollen an ihren Axen beträgt also 196,7 Pf.

Hieraus läßt sich die Kraft angeben, welche an dem Zugseile müßte angewandt werden, wenn die Last nur mittelst des Flaschenzuges zu heben wäre. Sie müßte nämlich seyn

1. wegen der Last	303 — Pf.
2. wegen der Steifigkeit des Seiles .	199 — —
3. wegen der Friction der Rollen . .	196,7 —
Folglich zusammen	698,7 —

Mit dieser Gewalt wird das Zugseil gespannt, und muß sich bey dieser Spannung über die Welle des Radhaspels winden, wo denn ein neuer Widerstand aus der Steifigkeit sich ergiebt, welcher, wenn K wie zuvor = 12 Lin. R = 60 Lin. Q = 698,7 gesetzt wird, $= \frac{K^m}{R}(a + bQ)$, oder $\frac{12^{1,7}}{60}(2{,}45 + 0{,}053 \times 698{,}7) = 44{,}96$ Pf. ist.

Setzt

Setzt man dieses neue Hinderniß zu den vorigen, so ist der ganze Widerstand an der Welle = 698,7 + 44,96 = 743,66 Pf. Um diesen zu überwinden, muß auf das Hornrad eine Kraft senkrecht wirken, die sich zum Widerstande verhält, wie der Halbmesser der Welle zu dem Halbmesser des Rades, oder P : 74 ,66 = 5 : 30, d. i. die Kraft muß am Hornrade eine Gewalt von 123,9 Pf. nach vertikaler Richtung ausüben.

Nun aber werden die Zapfen der Radwelle von der Last, die der Spannung des Seiles an der Welle, oder 698,7 Pf. gleich ist, etwa unter einem Winkel von 80° aufwärts, durch die Kraft, und das Gewicht der Radwelle hingegen abwärts gedrückt, und entsteht dadurch eine Reibung der Zapfen an ihren Lagern. Dieses Hinderniß fordert nach §. 13. eine Kraft

$$= \frac{fr}{A}\sqrt{((P+p)\cos.\alpha + Q.\cos.\beta + q)^2 + (Q.S\beta - (P+p)\sin.\alpha)^2}$$

wo $r = \frac{3}{4}$ Zoll, der Winkel $\alpha = 0$, weil die Kraft an einem Hornhaspel meistens senkrecht wirken kann; der Winkel $\beta = 80°$, $P = 123,9$, $Q = 698,7$, $q = 200$ ist, und p unter dem Wurzelzeichen ganz vernachläßiget wird. Die Reibung beträgt demnach

$$\frac{1}{120}\sqrt{445,22^2 + 688^2},$$ oder 6,8 Pf.

Setzt man diesen Werth zu der kurz vorher bestimmten Kraft, so erhellet, daß im ganzen bey dieser Maschine

zur Ueberwindung der Last sammt den Hindernissen eine Kraft erforderlich sey, welche 130,7 Pf. beträgt. Sollte daher die hier angenommene Last mit dieser Anrichtung durch zween Menschen gehoben werden, so wäre dieses nur alsdann, und zwar nur auf eine kurze Zeit möglich, wenn das Hornrad so hoch stünde, daß nebst der Anstrengung der Muskeln auch die Schwere des Körpers etwas beytragen könnte.

Vorzüglich läßt sich bey dieser Aufgabe die Bemerkung machen, wie beträchtlich die Hindernisse, die aus der Reibung, und der Steifigkeit der Seile entstehen, bey zusammengesetzten Maschinen werden können. Nach den Gesetzen der Statik, wo ausser der Last auf keinen Widerstand gesehen wird, hätte in diesem Beyspiele eine Kraft von 50 Pf. zureichen, und mit einer Last von 1800 Pf das Gleichgewicht halten sollen; nun aber fordern die Hindernisse allein schon 80 Pf, folglich mehr, als die statische Kraft selbst. Man sieht aber auch zugleich, wie nachtheilig für die Kraft die Flaschenzüge seyn, wenn sie aus vielen Rollen bestehen.

Die Regel, jede Anrichtung, womit Lasten zu bewegen sind, so einfach zu machen, als es immer die Umstände gestatten, muß demnach als allgemein gültig angenommen werden. Kann man ohne Zusammensetzungen zu seinem Endzwecke nicht gelangen, so wähle man diejenigen, bey welchen die wenigsten Hindernisse sich ergeben. Man benütze zugleich die allgemein bekannten Mittel, welche

die Reibung vermindern, und wodurch das höchst nachtheilige Klemmen der Theile vermieden wird. Die angeführten Beyspiele beweisen durchgängig, daß durch die Seile der größte Widerstand verursacht werde, und daß dieser mit der Dicke des Seiles, und mit dem Grade der Unbiegsamkeit wachse. Man wählt daher bey grössern Lasten mit Vortheil schon etwas abgenützte Seile. Hauptsächlich aber vermeidet man Rollen von kleinen Durchmessern; weil diese nicht nur den Widerstand ganz ausserordentlich vermehren, sondern auch dem Seile in kurzer Zeit seine Dauerhaftigkeit rauben, und selbes ganz unbrauchbar machen.

Aehnlicher Vorsichtsregeln ließ sich noch eine Menge anführen, die ich hier der Kürze halber um so eher übergehen zu dürfen glaube, als sie denen, die von diesen Blättern Gebrauch machen wollen, ohnehin schon bekannt sind, oder doch wenigstens leicht bekannt werden können.

Sätze
aus der angewandten Mathematik.

Die angewandte Mathematik lehrt, wie die Wahrheiten von Größen auf wirkliche in der Natur vorkommende Gegenstände anzuwenden seyn, und leitet auf Regeln, die Größen der Dinge selbst schätzen zu können.

Die gewöhnlichsten Gegenstände, an welchen sich Größen durch Schlüße bestimmen lassen, sind die Kräfte und Bewegungen der Körper; das Licht, und die Himmelskörper. Daher zerfällt die angewandte Mathematik in die **mechanischen, optischen und astronomischen Wissenschaften.**

Mechanik

Im weitläufigsten Sinne genommen ist die Lehre von der Bewegung, und von den Kräften, welche als Ursachen der Bewegung angesehen werden. Nach Verschiedenheie der **festen, tropfbaren und elastischen Körpern** wird sie in mehrere einzelne Wissenschaften abgetheilt, worunter die vorzüglichere sind: **Dynamik**, **Geostatik**, **Hydrostatik**, **Hydraulik** **und Aerometrie oder Aerostatik.**

A. **Dynamik** lehrt die Gesetze der Bewegung, welche

a. in Rücksicht auf ihre Entstehungsart **einfach, zusammengesetzt, oder mitgetheilt,**

b. in Rücksicht auf ihre Geschwindigkeit **gleichförmig, oder beschleunigt**, und

c. in Rücksicht auf ihre Richtung **gerad- oder krummlinigt** ist.

A. Gesetze der **einfachen, gleichförmigen, geradlinigten Bewegung:**

I. Der

I. Der Raum, welchen ein gleichförmig bewegter Körper durchläuft, ist in einem zusammengesetzten Verhältnisse der Geschwindigkeit mit der Zeit

oder $S : s = CT : ct$; daher

II. $$C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}, \text{ und}$$

III. $$T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}.$$

B. Gesetze der **zusammengesetzten gleichförmigen Bewegung.**

I. Wenn ein Körper von zwo Kräften bewegt wird, deren Richtungslinien sich gegen einander neigen, so durchläuft er die Diagonallinie eines Parallelogramms, dessen Seiten die Richtungen und Grössen der Kräfte ausdrücken.

II. Diese Diagonallinie beschreibt der Körper in der nämlichen Zeit, welche er gebraucht hätte, eine Seite des Parallelogramms zu durchlaufen.

III. Die zusammengesetzte, oder mittlere Kraft ist allemal kleiner, als die Summe der zusammensetzenden Kräfte. Indessen kann eine für die andere genommen werden.

C. Gesetze der **mitgetheilten Bewegung** durch den Stoß

a. bey **unelastischen** Körpern.

I. Nach dem directen Stosse gehen beyde Massen nach derjenigen Richtung fort, nach welcher zuvor die gieng, welche die größte Bewegung hatte. Ihre gemeinschäftliche Geschwindigkeit ist alsdann $= \frac{MC + mc}{M + m}$.

II. Die Geschwindigkeiten, welche die Masse A verliert, und B gewinnt, verhalten sich zu einander umgekehrt, wie die Massen.

III. Beyde Massen leiden gleiche Veränderungen in ihrer Bewegung.

b. Bey **elastischen** Körpern.

I. Nach dem Stosse ist die Geschwindigkeit der stossenden Masse $A = \frac{(M - m) C + 2mc}{M + m}$, der gestossenen Masse

$$B = \frac{(M - m) \times \mp c + 2MC}{M + m}.$$

II. Gewinn und Verlust an Geschwindigkeiten ist bey elastischen Massen zweymal so groß, als bey nicht elastischen.

III. Nach dem schiefen Stosse bleibt 1) der zurückprallende Körper in der Zurückwerfungsebne; 2) behält er, wenn er auf einen unbeweglichen Widerstand aufstoßt, seine vorige Geschwindigkeit, und 3) ist der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich.

D. Gesetze der **gleichförmig beschleunigten Bewegung**, die

a. von absoluten Kräften entsteht.

I. Die mit beschleunigter Geschwindigkeit zurückgelegten Räume verhalten sich, wie die Quadratzahlen der Zeiten, oder $S : s = T^2 : t^2$, und weil die beschleunigende Kraft G mit dem durchlaufenen Raume in geradem Verhältnisse steht; ist $S : s = GT^2 : gt^2$.

II. Der gleichförmig beschleunigte Körper geht in einer gegebenen Zeit nur halb so weit, als ihn seine zuletzt erlangte Geschwindigkeit in eben dieser Zeit würde geführt haben, d. i. $S = \frac{CT}{2}$.

III. Bey der gleichförmig abnehmenden Bewegung findet eben diese Formel statt, wenn C die anfängliche Geschwindigkeit bedeutet.

*) Zur Auflösung der hieher gehörigen Aufgaben wird vorausgesetzt, daß ein freyfallender Körper in der ersten Zeitsecunde bey uns einen Raum von 15,0957. par. Fuß durchlaufe.

b. Die

b. Die von **relativen Kräften auf der schiefeu Ebne** entsteht.

I. Die relative Kraft, welche den Körper über die schiefe Ebne treibt, verhält sich zur absoluten, wie die Höhe der Ebne zu ihrer Länge.

II. In eben diesem Verhältnisse stehen die Räume und Geschwindigkeiten, die ein Körper auf der schiefen Ebne, und ein anderer durch freyen Fall in einerley Zeit durchläuft, und erhält.

III. Bey einerley Länge und verschiedenen Neigungswinkeln sind 1) die relativen Kräfte, 2) die in der nämlichen Zeit durchlaufenen Räume, 3) die in gleichen Zeiten erlangten Geschwindigkeiten, wie die Höhen.

IV. Bey verschiedenen Längen und Höhen verhalten sich 1) die relativen Kräfte, 2) die zu gleicher Zeit zurückgelegten Wege, 3) die nach einerley Zeit erreichten Geschwindigkeiten gerade, wie die Höhen, und umgekehrt, wie die Längen. 4) Die Zeiten, welche zur Bewegung über die Flächen erfordert werden, sind in einem zusammengesetzten Verhältuiße, gerade wie die Längen, und umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus den Höhen.

E. Gesetze der **krummlinigten Bewegung.**

a. **Pendelbewegung.**

I. Das niedersteigende Pendel bewegt sich mit ungleichförmiger Beschleunigung ꝛc.

II. Pendel von gleicher Länge schwingen in gleichen Zeiten, wenn auch ihre Gewichte ungleich sind.

III. Schwingungen durch sehr kleine Bögen sind beynahe gleichzeitig, und machen die künstlichen Cycloiden entbehrlich.

IV. Bey Pendeln von ungleicher Länge verhalten sich die Schwingungszeiten, wie die Quadratwurzeln aus den Längen der Pendeln.

b. **Wurfbewegung.**

I. Ein Körper, welcher von zwo Kräften unter einem Winkel bewegt wird, deren eine gleichförmig, die andere beschleunigend ist, und nach parallelen Richtungen wirkt, beschreibt allemal eine Parabel.

II. Bey gleich großen anfänglichen Geschwindigkeiten verhalten sich die Wurfweiten, wie die Sinus der doppelten Neigungswinkel.

c. **Centralbewegung überhaupt.**

I. Bey jeder Centralbewegung verhalten sich die vom Radiusvector durchlaufenen Flächenräume, wie die Zeiten, die dazu erforderlich sind.

II. Die Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen des Weges verhalten sich umgekehrt, wie die Perpendikel aus dem Mittelpunkte der Kräfte auf die Tangenten der krummen Linie an diesen Stellen.

a. **Kreisbewegung.**

I. Die Geschwindigkeit bey einer Kreisbewegung ist an allen Stellen gleich, und eben so groß, als jene, die ein durch den halben Radius des Kreises frey fallender Körper am Ende erlangen würde.

II. Bey verschiedenen Kreisbewegungen sind die Centripetalkräfte in einem zusammengesetzten Verhältnisse, gerade wie die Halbmesser, und umgekehrt wie die Quadrate der Umlaufszeiten.

b. **Elliptische Centralbewegung.**

I. Bey der elliptischen Bewegung sind die Centripetalkräfte an den verschiedenen Stellen der Ellipse in umgekehrtem

Ver=

Verhältnisse mit den Quadraten der Entfernungen vom Mittelpunkte der Kräfte.

II. Wenn mehrere Kräfte in verschiedenen elliptischen Bahnen um einen gemeinschäftlichen Punkt sich bewegen, so verhalten sich die Quadratzahlen der Umlaufszeiten, wie die Würfel der großen Axen ihrer Bahnen.

B. Geostatik enthält die Lehre vom Gleichgewichte fester Körper.

1. Das Grundgesetz der Statik ist: **Am Hebel erfolgt überhaupt ein Gleichgewicht, wenn sich die Kräfte verkehrt, wie die Entfernungen vom Ruhepunkte** verhalten, oder: **wenn die statischen Momente gleich sind.**

Bey schiefen Richtungen der Kräfte wird der Druck auf den Ruhepunkt des Hebels durch eine aus dem gemeinschäftlichen Punkt der Richtungen auf den Ruhepunkt gezogene Linie sehr richtig vorgestellt, und zugleich die **Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte** daraus erklärt.

An mathematischen Hebeln fällt der Schwer- und Ruhepunkt zusammen, und sein Abstand von einem Punkte C, ist allzeit der Summe aller statischen Momente um C, dividirt durch die Summe aller schweren Massen, gleich.

*) Methoden, den Schwerpunkt in verschiedenen Figuren und Körpern zu finden, werden angegeben.

Soviel man bey Hebeln an der Kraft gewinnt, soviel verliert man an der Geschwindigkeit.

2. Das **Rad an der Welle** ist ein ungleicharmiger Hebel, der sich im Gleichgewichte befindet, wenn Kraft und Last sich umgekehrt verhalten, wie die Halbmesser des Rades und der Welle.

3. Bey einem zusammgesetzten **Räderwerk** verhält sich im Zustande des Gleichgewichtes die Kraft zur Last, wie das Produkt aller Halbmesser der Getriebe zum Produkte aller Halbmesser der Räder.

4. **Unbewegliche Rollen** sind gleicharmige Hebel, die der Kraft keinen Vortheil gewähren, und nur zur Veränderung der Richtungen dienen.

5. **Bewegliche Rollen** sind einarmige Hebel, an welchen sich die Kraft zur Last verhält, wie 1 : 2, wann die Kräften parallel wirken. Zieht die Kraft hingegen schief; so ist ihr Verhältniß zur Last, wie der halbe Durchmesser der Rolle zur Distanz der beyden Tangentialpunkte, die von den Richtungen der Seile bestimmt werden.

6. Der **Flaschenzug** vervielfältiget die Kraft so oft, als wie viele Seile von der beweglichen Flasche gespannt werden.

7. Auf der **schiefen Ebne** ist zwischen der abwärts dringenden Last, und der zurückhaltenden Kraft ein Gleichgewicht, wenn sich diese zu jener verhält, wie der Sinus des Neigungswinkels zum Kosinus des Winkels, der aus der Richtungslinie der Kraft nnd der schiefen Ebne entsteht.

8. **Keil und Schraube** haben ihre Eigenheiten, und können durch die schiefe Ebne nicht ganz richtig erklärt werden.

C. **Hydrostatik** lehrt die Gesetze des Gleichgewichtes tropfbarer Körper unter sich, und mit festen Körpern.

I. Tropfbare Flüßigkeiten, worunter vorzüglich das Wasser gehört, sind im Gleichgewichte, wenn ihre Oberfläche eine horizontale Ebne gestaltet.

II. Der Druck des Wassers auf den Boden eines Gefässes ist gleich dem Gewichte einer Wasser-Saul, die den

Bo=

Boden zur Grundfläche, und die senkrechte Höhe des Wassers zur Höhe hat. Eben so ist der seitwärts gehende Druck dem Gewichte einer Wasser-Saul gleich, welche die gedruckt Seitenfläche zum Grund, und den mittlern Abstand der Oberfläche des Wassers von dieser Seitenfläche zur Höhe hat.

III. Der Druck verschiedener flüßigen Materien auf den Boden ist in einem zusammengesetzten Verhältnisse aus der Grundfläche, Höhe und specifischen Schwere.

IV. Verschiedene auf einander wirkende Flüßigkeiten halten mit einander das Gleichgewicht, wenn sich ihre Höhen umgekehrt verhalten, wie ihre specifischen Schweren.

V. Die Gewalt, wodurch ein flüßiges Wesen einen festen Körper zu sinken hindert, ist dem Gewichte der Flüßigkeit gleich, die eben soviel Raum, als der feste Körper einnimmt.

VI. In einerley Flüßigkeiten ist der Verlurst verschiedener Körper am Gewichte im umgekehrten Verhältnisse mit den specifischen Schweren der Körper. Wenn hingegen der nämliche Körper in verschiedene Flüßigkeiten versenkt wird, so ist der Verlurst im geraden Verhältnisse mit den specifischen Schweren der Flüßigkeiten.

*) Wie die specifischen Schweren sowohl fester als flüßiger Körper zu bestimmen seyn, wird erklärt.

D. **Aerometrie** ist die Lehre von den Eigenschaften der Luft, wovon die Schwere und Elasticität die vorzüglichsten sind.

1. Eine atmosphärische Luftsaul ist bey gleichen Durchmessern eben so schwer, als eine 32 Fuß hohe Wasser- oder 27 Zoll hohe Merkurialsaul.

2. Die untern Luftschichten sind dichter als die obern, so, daß ihre Dichtigkeiten in geometrischer Progreßion abnehmen, wann die Höhen der Stellen in einer arithmetischen Reihe wachsen.

*) Nach de Lüc sind bey einer Lufttemperatur von + 16 3/4 Grad nach Reaumur.

Die Luftdichten	m,	$\frac{1}{2}$ m,	$\frac{1}{4}$ m,	$\frac{1}{8}$ m
wenn die Höhen	0,	3010,	6020,	9030

Toisen betragen, d. i. so oft man im Luftkreise um 3010 Klafter höher steigt, so findet man oben die Luft nur halb so dicht, als unten.

3. Die Federkraft der Luft verhält sich wie die Dichte, oder umgekehrt wie der Raum, den eine gleiche Luftmenge einnimmt.

E. **Hydraulik** handelt von der Bewegung des Wassers, die entweder durch den Druck der Luft, oder durch Maschinen, oder endlich durch die eigene Schwere des Wassers erfolgt.

I. Die atmosphärische Luft erhebt das Wasser in einer Röhre nach weggeschaftem Gegendrucke beynahe 32 Fuß.

*) Heber und Saugwerke gründen sich auf dieses Gesetz.

II. Die zusammengepreßte Luft treibt das Wasser in einer Röhre oder Schlauch nicht nur weit über 32 Fuß hoch, sondern verhindert auch das Stossen des Wasserstrahls.

*) Der Nutzen der Windkesseln oder Windkugeln bey Druckwerken wird erklärt.

III. Wenn man dem springenden Wasser die größte Höhe geben will, so muß anstatt dem gewöhnlichen Auffatz-Stück eine Platte mit einer blossen Oefnung angebracht werden. Bey einer solchen Anrichtung, wenn die Weite

der

der Leitungsröhre D; die Höhe des durch diese Röhre her-beyfließenden Wassers A heißt; soll die Oefnung d in der Platte des Aufsatzstücks

$$= \left(\frac{0{,}7\,8367}{\sqrt[4]{A}}\right) D,$$ alles in Zollen angenommen, seyn, wenn man das maximum des Sprungs erhalten will.

IV. Die stärkste Wirkung des unterschlächtigen Wasserrades wird erreicht, wann die Geschwindigkeit der Schaufeln den dritten Theil von der Geschwindigkeit des Wassers beträgt.

*) Der Vorzug der oberschlächtigen Räder wird erwiesen.

Optik

Ist in der weitläufigsten Bedeutung die Lehre vom Lichte, und vom Sehen; im eigentlichen Sinne die Lehre vom Sehen durch gerade Lichtstrahlen. Sie ist ein Theil der optischen Wissenschaften, zu welchen ausser ihr die **Katoptrik**, **Dioptrik** und **Photometrie** gehören.

A. Daß das Licht in geraden Linien fortgehe, macht das Grundgesetz der Optik aus. Daraus folgt:

I. Daß die scheinbare Größe der Gegenstände der Größe des Sehewinkels proportional sey.

II. Die Tangente des Sehewinkels ist dem Quotienten aus der wahren Größe des Objekts, dividirt durch die Entfernung, gleich.

III. Sind die wahren Größen gleich; so verhalten sich die Tangenten der Sehewinkel umgekehrt, wie die Entfernungen.

IV. Wenn das Licht von einer größern Kugel auf eine kleinere dunkle Kugel fällt, so entsteht hinter dieser ein konischer Schatten, dessen Länge $= \frac{r\,d}{R - r}$ ist, wo R und r

der

die Halbmesser der Kugeln, d den Abstand ihrer Mittelpunkte bedeutet.

B. Katoptrik betrachtet die von Spiegelflächen reflectirten Lichtstrahlen. Diese Lehre gründet sich ganz auf das Gesetz: **Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich.** Daraus folgt:

I. Daß das Bild so weit hinter dem ebnen Spiegel erscheine, als das Objekt vor dem Spiegel ist.

II. Bey kugelförmig erhabenen, und hohlen Spiegeln ist die Brennweite $F = \frac{dr}{r \pm 2d}$, wo d die Entfernung des Gegenstandes vom Spiegel, r den Radius der Kugel, von welcher der Spiegel ein Segment ist, bezeichnet.

*) Aus dieser allgemeinen Formel werden verschiedene andere für divergierende, convergierende und parallele Stralen sowohl bey Konvex- als bey Hohlspiegeln abgeleitet.

**) Der Vorzug der parabolischen Spiegeln wird erklärt.

C. Dioptrik ist die Lehre vom Sehen durch gebrochene Stralen.

1. Das Grundgesetz dieser Disciplin besteht darin, daß der Lichtstrahl, wenn er aus einem dünnern in ein dichteres Mittel übergeht, allemal gegen den Perpendikel; und so im Gegensatz von dem Perpendikel gebrochen werde.

2. Geschieht der Uebergang des Lichtstrals aus der Luft in Glas, so wird er gegen den Perpendikel gebrochen; und der Sinus des Neigungswinkels verhält sich zum Sinus des gebrochenen Winkels, wie 3 : 2. Fahren hingegen die Strahlen aus dem Glas wieder in die Luft, so ist das Verhältniß umgekehrt.

3. Die

3. Die Brennweite sowohl der konvexen, als der konkaven Gläser ist allemal dem doppelten Produkte der Radien dividirt durch die Summe der Radien gleich, oder: $F = \frac{2 r \rho}{r + \rho}$.

*) Das Mikroskop und Fernrohr sind die vorzüglichern Werkzenge, die der Dioptrik ihr Entstehen zu verdanken haben, und ohne die unsere Kenntnisse der Natur noch sehr eingeschränkt wären. Ihre verschiedenen Zusammensetzungen, Wirkungen rc. besonders der achromatischen Fernröhre werden erklärt.

D. **Photometrie.** beschäftiget sich mit der Ausmessung der Lichtstärke. Hier muß allerest die **leuchtende Kraft** des leuchtenden Körpers, die **gesehene Helligkeit** desselben, und die **Erleuchtung** unterschieden werden. Ueber diese letztere (illuminatio) geben wir folgende Gesetze an:

I. Die Erleuchtung nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung vom leuchtenden Punkte zunimmt.

II. Die Stärke der Erleuchtung verhält sich unter gleichen Umständen, wie die Größe der leuchtenden Oberfläche.

III. Bey schief auffallendem Lichte verhält sich die Menge der Stralen, wie der Sinus des Neigungswinkels der Fläche gegen das Licht.

IV. Die Erleuchtung richtet sich nach dem Sinus des Winkels, den die Stralen mit der leuchtenden Fläche machen (Illuminatio = Sin. anguli emanationis).

Die **absolut wahre Helligkeit** (Claritas visa) verhält sich bey gleicher Oefnung der Pupille, und einer gleichen Entfernung des leuchtenden Körpers vom Auge, wie die Dichte der Stralen bey dem Auge.

Die Dichte der Stralen hingegen verhält sich direct, wie die Intensität, oder erleuchtende Kraft, und verkehrt, wie das Quadrat der Entferuung.

*) Nach diesen Gesetzen giebt Lambert unter der Voranesetzung, daß der Mond den vierten Theil des auffallenden Lichtes zurückwerfe, die Helligkeit der Sonne 277000 mal stärker an, als die des vollen Monds.

Das Licht leidet bey dem Durchgange durch durchsichtige Körper eine beträchtliche Schwächung, weil sowohl bey dem Eintritte, als hauptsächlich bey dem Austritte aus dem dichtern Mittel ein Theil des Lichtes zurückgeworfen, ein anderer aber zerstreuet wird.

*) Die Einrichtung des sehr einfachen Thomsonschen Photometers, und die dabey sich ergebende, und für Oekonomie vortheilhafte Resultate werden angegeben.

Astronomie.

Ist die Lehre von den Gesetzen der Gestirne, nach welchen sie sich bewegen, und auf einander wirken.

a) Viele und genaue Beobachtungen mußten vorangehen, bis Keppler im Stande war, die eigentlichen Ursachen der Ungleichheiten in der Bewegung der Gestirne anzugeben.

b) Wenn auch Kopernicus, Keppler und Newton zu dieser erhabenen Wissenschaft mehr als alle ihre Vorgänger beytrugen, so wird doch zu ihrer Vervollkommnung noch immer auch für künftige Astronomen ein schönes Stück Arbeit übrig bleiben.

c) Beobachtungen setzen ein richtiges Zeitmaß voraus, welches durch regulirte Pendeluhren erhalten, und die mittlere Zeit genannt wird.

d) Diese

d) Diese trift mit der **wahren oder Sonnenzeit** jährlich nur viermal zusammen. Indessen läßt sich eine in die andere verwandeln.

*) Methoden, eine Meridianlinie zu ziehen, und die Pendeluhren genauest zu berichtigen, werden angegeben.

e) Ein Sternentag ist um 3′56″ kürzer als ein Sonnentag.

f) Nebst der täglichen scheinbaren Bewegung der Sonne in einem mit dem Aequator parallelen Kreise durchläuft sie ihre Bahn, oder macht eine **Sideralrevolution** in 365 T. 6. St. 9′, 11″. Den nämlichen Punkt in der Ekliptik erreicht sie wieder nach 365 T. 5 St. 48′, 45″, welcher Zeitraum unser **Sonnenjahr** ist.

g) Weil die Knoten der Ekliptik sich jährlich gegen die Ordnung der Zeichen zurückbewegen, entsteht eine **Vorrückung der Nachtgleichen**, welche hauptsächlich in den Wirkungen der Sonne, und des Mondes auf die um die Pole abgeblattete Erde ihren Grund hat. Die Veränderungen der Länge, Rectascensionen und Abweichnungen der Fixsterne werden dadurch erklärt.

h) Die Schiefe der Ekliptik, welche jährlich um etwas weniges abnimmt, wird zur Zeit der Solstitien am genauesten bestimmt. Aus ihr läßt sich die Abweichung der Sonne für jeden Tag angeben.

i) Die Parallax und Refraction sind Ursache, daß die beobachteten Höhen der Gestirne einer Verbesserung bedarfen.

k) Der Sinus des parallaktischen Winkels verhält sich zum Sinus der scheinbaren Weite des Gestirns vom Zenith, wie der Halbmesser der Erde zur Entfernung des Gestirns vom Beobachter. Die Horizontalparallaxe ist demnach die Größte, im Zenith hingegen wird sie = 0.

*) Methoden, die Parallaxe zu bestimmen, werden erklärt.

l) Durch

l) Durch die Refraction werden die Gestirne erhöhet, wofür man aber noch keine ganz untrüglichen Gesetze hat.

m) Durch die Aberration wird die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne unumstößlich erwiesen.

n) Alle Planeten unsers Sonnensystems bewegen sich in elliptischen Bahnen, in deren gemeinschäftlichem Brennpunkte die Sonne ist.

o) Die Zeiten, die ein Planet anwendet, einen Theil seiner Bahn zu durchlaufen, verhalten sich wie die Sektoren.

p) Die Umlaufszeiten zweyer Planeten verhalten sich, wie die Quadratwurzeln aus den Kuben ihrer Axen oder Parameter.

q) Der Mond würde sich genau nach diesen Gesetzen bewegen, wenn er nur gegen die Erde gravitirte, und die ungeheure Sonnenmasse auf ihn keinen Einfluß hätte.

r) Die perturbirende Kraft des Mondes ist allemal die dritte Seite eines geradlinigten Dreyecks, wovon eine Seite der Radius der Mondsbahn, die andere der dreyfache Kosinus der Distanz des Mondes von der nächsten Syzigie ist.

s) Diese Kraft ist die größte in den Syzigien, in den Quadraturen hingegen die kleinste.

Physik.

Physik ist die Wissenschaft des zureichenden Grundes der Erscheinungen in der körperlichen Natur. Sie theilt sich in generale und partikulare.

Generalphysik.

1. Die grundwesentlichen Eigenschaften der Körper sind Ausdehnung und Undurchdringlichkeit.

2. Andere allgemeine Eigenschaften der Körper sind Elastizität, Porosität, Theilbarkeit, Schwere ꝛc.

3. Alle

3. Alle Körper besitzen Bewegungskräfte, eine Stoßkraft und eine Ziehekraft.

4. Die Ziehekraft steht im Verhältniße mit der Anzahl der Berührungspunkte, und wächst, wenn die Abstände wachsen, bis auf gewisse Gränzen.

5. Bey der Adhäsion ziehen sich die Theile eben so, wie bey der Cohäsion nach den nämlichen Gesetzen an.

6. Das Aufsteigen der Flüßigkeiten in den Haarröhrchen folgt bestimmten Gesetzen, die ihren Grund in der Attraktion haben.

Partikularphysik.

1. **Luft** ist eine sehr feine, durchsichtige, fühlbare, nicht ganz farbenlose, permanent flüßige elastische Materie. Man theilt sie in die gemeine oder atmosphärische, und in den aus Körpern chemisch entwickelten luftförmigen Stoff, der entweder mephitisch, oder respirabel seyn kann.

2. Der Schall besteht in einer zitternden oder schwingenden Bewegung der Lufttheilchen, die man nach ihrer Dauer Schall, Klang, Geräusch oder Knall nennen kann. Man hat beym Schalle auf Masse, Richtung, Geschwindigkeit und Dauer zu sehen.

3. Bey homogenen elastischen Saiten sind die Zeiten einer ganzen Schwingung im zusammgesetzten Verhältniße der Quadratwurzeln aus dem geraden der Längen und Massen der Saiten, und aus dem verkehrten der spannenden Kräfte.

4. Die Anzahl der Schwingnngen zwoer Saiten in einer gegebenen Zeit ist im zusammgesetzten Verhältniße der Quadratwurzeln aus dem geraden der spannenden Kräfte, und dem umgekehrten der Länge und Masse der Saiten.

5. **Wasser** erscheint uns als eine tropfbar flüßige und durchsichtige Materie, so lange es des nöthigen Wärmestoffs nicht beraubt ist; krystallisirt sich aber, oder wird zu Eis, sobald sich dieser Wärmestoff verflüchtigt; geht in Dämpfe über, sobald es mit Wärmestoff übersättigt ist, und wenn diese Dämpfe der Glühehitze ausgesetzt werden; so bilden sie eine luftförmige Flüßigkeit, die ihre Basis, das Wasser, nicht mehr wie der Dampf durch Kälte von sich läßt.

6. Durch die Versuche des H. Lavoisiers ist die Behauptung der Physiker, daß reines destillirtes Wasser ein chemisch einfaches Wesen (Element) sey, nicht widerlegt worden.

7. Feuer ist eine Erscheinung, die sich durch Wärme und Licht kenntlich macht. Reibung, Gährung und Ansteckung sind die Veranlassungen dazu.

8. Es giebt ein wirkliches Princip der Wärme und des Lichts, das Stoff der Körper, das Elementarfeuer ist, welches entweder gebunden oder frey seyn kann.

9. Feuermaterie wärmet, leuchtet, ist allwärts verbreitet, und ist eine überaus feine, höchstflüßige, ungemein elastische und auflösende Materie, die sich bald am Gefühle, bald am Gesichte, bald an beyden zugleich äußert. Daher die Hauptrubriken: Wärme, Licht, Flamme.

10. Das rege Elementarfeuer ist der Wärme Ursache.

11. Die auflösende Kraft der Wärmematerie wirkt nach chemischen Gesetzen.

12. Wärmematerie dehnt alle Körper aus, und theilt sich andern Körpern mit.

13. Kälte ist das Gefühl des Wärmeverlustes, welcher entsteht, wenn die rege Wärmematerie in einem Körper gebunden wird, oder wenn sie anhaltend abfließt, und der Abfluß mit geringem oder gar keinem Zufluße ersezt wird.

14. Lichtmaterie ist am wahrscheinlichsten eine eigne Materie, die in geraden Linien, nach allen Seiten, mit außerordentlicher, aber doch gleichförmiger Geschwindigkeit vom leuchtenden Körper ausströmt.

15. Sie ist eine höchst feine, ungemein elastische, auflösende, allwirksame und allbelebende Materie.

16. Wärme und Licht miteinander vereinigt geben eine Flamme, welche Auflösung des brennlichen Körpers, und Absonderung der aufgelößten Theilchen ist, welche leuchtend erscheinen.

17. Zur Unterhaltung einer Flamme wird Luft, und zwar reine Luft erfodert.

18. Die Verschiedenheit der Farben ist der verschiednen Textur und den kleinsten Theilen in den Oberflächen der Körper zuzuschreiben.

19. Die elektrische Materie hat mit dem Feuerstoffe vieles gemein, besitzt aber doch auch Eigenschaften, die jenem nicht eigen sind.

20. Aus den Wirkungen der elektrischen Materie kann man mit Grunde schließen, daß sie aus einer Mischung von Säure und Phlogiston bestehe.

21. Alle elektrischen Erscheinungen richten sich nach folgenden Gesetzen; 1) Ungleichnahmige Elektrizitäten ziehen sich einander an! gleichnahmige stossen einander ab. 2) das isolirte Reibzeug erhält allemal die entgegengesetzte Elektrizität des geriebenen Nichtleiters. 3) Jeder Körper, der in den elektrischen Wirkungskreis eines elektrisirten Körpers kömmt, erhält auf der gegen den elektrisirten Körper gerichteten Seite die entgegengesetzte Elektrizität von der, die sich im elektrisirten Körper befindet; ist dieser isolirt, so erhält jener auf der vom elektrisirten Körper abgewandten Seite die gleichnahmige Elektrizität mit jener des elekrisirten Körpers. 4) Wenn ein isolirter Leiter einen andern elektrisirten berührt; so wird er einen Theil seiner Elektrizität erhalten; ist aber der Leiter unisolirt; so nimmt man bald Funken, bald einen Feuerbüschel, bald einen leuchtenden Punkt gewahr.

*) Aus diesen Gesetzen erklärt man die Kleistische Flasche, das Elektrophor, den Condensator, die atmosphärische Elektrizität und die Blitzableiter.

22. An einem jeden Magnet, der das Eisen und den Kobaltkönig anzieht, findet man gewöhnlich zween gerade einander entgegengesetzte Punkte, wo sich die Eisentheilchen in der größten Menge, und senkrecht an die Oberfläche des Magnets anhängen. Diese nennt man die Pole desselben.

23. Die magnetischen Erscheinungen rühren größtentheils vom Magnetismus der Erdkugel her, und kommen mit der elektrischen Vertheilung überein.

Praktische Philosophie.

1. Eine jede Substanz hat ein oder mehrere Vermögen, das ist, Fähigkeiten, Veränderungen in oder außer sich zu bewirken, oder Einwirkungen aufzunehmen.

2. Wenn ein Vermögen thätig ist, und eine Veränderung wirklich hervorbringt, heißt es Kraft, z. B. Bewegungsvermögen, Bewegungskraft, Vorstellungsvermögen, Vorstellungskraft. Beyde können in einer Substanz beysammen seyn, und sind wirklich in allen Thieren beysammen.

3. Eine jede Kraft hat a) ihre bestimmte Wirkungsart, nach welcher sie allein wirken kann, und wirken muß, die man ihre Form nennen kann; b) sobald ein Gegenstand, in welchen sie nach ihrer Art wirken, d. i. an dem sie ihre Form realisiren kann, auch nur in der Vorstellung gegeben ist; fühlt das Wesen, dem das Vermögen angehört, ein Bedürfniß zu wirken.

4. Solange dieses Gefühl da ist, hat das Wesen einen unangenehmen Zustand, und einen Trieb sich davon zu befreyen; denn jedes Vermögen ist mit einem Triebe verbunden. Sind keine Hindernisse da, so geht das Vermögen in Kraft über, es bewirkt die Veränderung, das Bedürfniß, der Trieb wird befriedigt, es entsteht ein angenehmes Gefühl.

5. Durch Vernunft ist ein Vermögen, eine Kraft; nämlich das Vermögen Einheit unter die Verstandesregeln zu bringen, besondre Begriffe den allgemeinen unterzuordnen ꝛc. Auch da ist Bedürfniß, Trieb, unangenehmes und angenehmes Gefühl.

6. Sie ist, wie jede andere Kraft, praktisch, d. i. durch Gefühle den Willen bewegend. Gegen die Analogie und ohne Beweis nimmt man an, daß sie unmittelbar und unabhängig von allem Gefühle oder Etwas dem Gefühle analogen praktisch sey.

7. In einem andern Sinne wird die Vernunft in die theoretische und praktische eingetheilt, je nachdem sie nämlich die Verstandesregeln für die Gegenstände des Erkenntnißvermögens oder des Begehrungsvermögens unter Einheit bringt.

8. Es ist unmittelbares Vernunftbedürfniß, die Regeln des Verstandes für das Begehrungsvermögen zu ordnen, und unter Einheit zu bringen; sie dient also, indem sie dieß thut, nicht allein der Sinnlichkeit, sondern auch und vorzüglich sich selbst.

9. Auch sind die Handlungen, zu denen die Vernunft auf solche Art das Begehrungsvermögen bewegt, nicht eigennützig.

10. Jede Kraft mit dem ihr beygesellten Triebe, selbst die der theoretischen Vernunft ohne Einfluß der praktischen ist eigennützig; die praktische Vernunft als die höchste Kraft kanns nicht seyn. Sie will die Befriedigung ihres Triebes, und neben dem auch die Befriedigung der andern Triebe, die ohne Nachtheil einer höhern befriedigt werden können.

11. Bey so einer Handlungsart ist Autonomie der Vernunft; die Handlung ist auch absolut, nicht bloß relativ gut.

12. Es ist edel genug für den Menschen, und wahrlich keine Kleinigkeit, wenn er zwar nicht ohne Rücksicht auf Lust handelt; doch aber die ohne Vergleichung edelste, aus der Realisirung der Vernunftform entstehende Lust jeder andern minder edlen vorzieht.

13. Um das Vernunftgesetz dem Gesetze jedes andern Triebes vorzuziehen, ist es nicht nöthig, daß die aus der Realisirung der Vernunftform entstehende Lust unmittelbar an sich lebhafter sey, als die aus der Befriedigung eines andern abzu-

weisen-

weisenden Triebes entspringende. Es ist genug, daß sie mehr Köstlichkeit hat, und durch die bey jeder Erinnerung in Zukunft zu genießende, und jetzt schon vorhergesehene verstärkt wird; gleichwie die an sich stärkere Lust des abzuweisenden Triebes durch das Vorhersehen der Unlust bey jeder künftigen Erinnerung geschwächt wird.

14. Es scheint, daß der Ausdruck: **Handle aus Achtung für das Gesetz**, nicht alle Gefühle als Triebfedern ausschließe.

15. Die Befriedigung eines jeden Triebes gewährt eine der **Köstlichkeit** nach verschiedene **Lust**, welche auch vor der Vernunft einen **Werth** hat; die Befriedigung des moralischen Triebes gewährt die köstlichste Lust verbunden mit Selbstachtung, welche **Würde** hat.

16. Man darf also die Begriffe von Neigung, Vergnügen, Selbstliebe, Glückseligkeit nicht auf die Sinnlichkeit einschränken; sie haben auch bey der praktischen Vernunft ihre Anwendung.

17. Jede Befriedigung des moralischen Triebes, oder jede moralisch gute Handlung giebt nicht nur Würde zu größerer Glückseligkeit, sondern erhöht die Glückseligkeit allemal wirklich, welche nichts anders ist, als das Uebergewicht des Wohls über das Wehe von allen Trieben; so wie Tugend nichts anders ist, als das Uebergewicht des moralischen Triebes über alle andere. Beyde haben a) Grade; beyde sind b) im höchsten gedenkbaren Grade hier nicht erreichbar; bey beyden giebt es nur c) eine Annäherung durch immerwährendes Fortschreiten.

18. Die kantische Formel: **Handle nach solchen Maximen, von denen du wünschen kannst, daß sie Gesetze seyn möchten**, ist als solche nicht in allen Fällen sicher, und es ist rathsam neben ihr auch noch andere zu gebrauchen.

Moral.

1. Der Trieb der praktischen Vernunft erstreckt sich über alle zum Ganzen, wovon wir ein Theil sind, gehörigen Kräften; wir sollen daher andere, sogar Feinde, wie uns selbst lieben.

2. Im gleichen Falle darf man sich selbst jedem einzelnen andern, im ungleichen aber soll man die edlere Kraft der minder edlen, und den höhern Grad dem niedern vorziehen.

3. Es ist Gewissenspflicht, die gesetzmäßigen Abgaben, auch Zölle, Mauthen und Accise getreu zu erlegen; die Unterlassung ist Diebstahl.

Naturrecht.

1. Der wahre Eigenthümer kann seine Sache allemal sowohl vom redlichen als unredlichen Besitzer zurückfodern; dieser muß ihn ganz, und jener soferne schadlos halten, als ers ohne eignen Schaden kann.

2. Der Käufer eines Buches erhält mit dem Eigenthume kein Recht zum Nachdrucke.

3. Es kann keine unbegränzte Obergewalt über Menschen geben, sondern in einer jeden Gesellschaft ist ein ausdrückliches oder stillschweigendes Fundamentalgesetz die Richtschnur der wechselweisen Rechte und Pflichten zwischen den Mitgliedern der Gesellschaft.

4. Die oberste Gewalt im Staate kann das Recht haben, Verbrecher mit dem Tode zu bestrafen.

5. Das der obersten Gewalt zukommende Recht der Gesetzgebung und Oberaufsicht erstreckt sich auch auf das Zufällige und Äußere der Religion.

Völkerrecht.

1. Das Kriegsrecht eines Volkes darf nur auf Beleidigungen gegründet seyn.

2. Weder zur Neutralität, noch zur Allianz kann ein Volk rechtmäßig gezwungen werden.

3. Zur Vermittlung kann ein Volk rechtmäßig weder gezwungen werden, noch sich aufdringen. Auch ist der Vermittler als solcher zur Garantie nicht verbunden.

4. Da bey jedem Friedensschluße Amnestie verstanden wird; so ist er allemal verbündlich, wenn nur kein Betrug dabey vorgekommen ist.

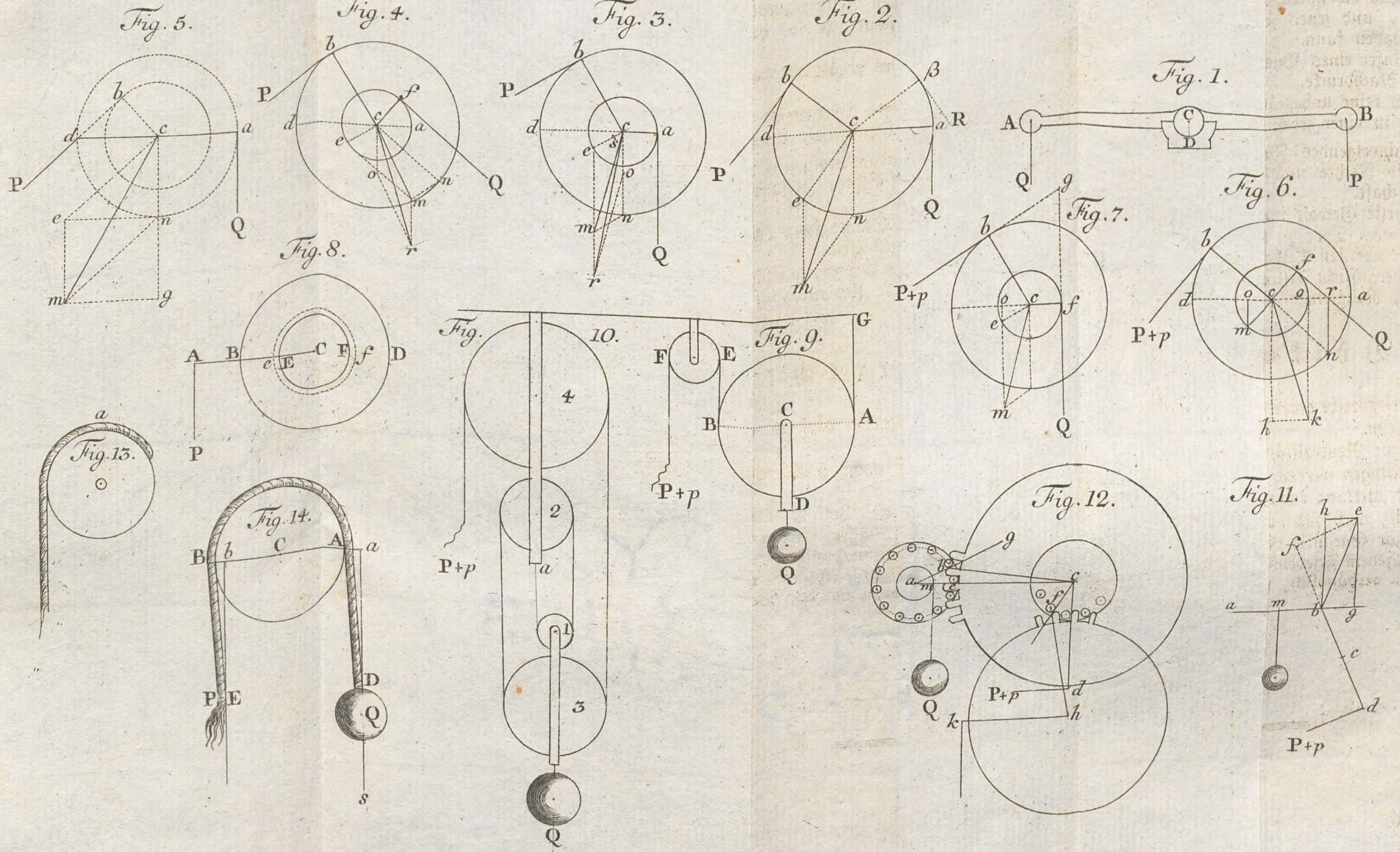
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
P+p
Q

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schiegg, Ulrich,

Ueber Reibung und Steifigkeit der Seile als Hindernisse der Bewegung bey Maschinen Nebst Sätzen aus der angewandten Mathematik, Physik, praktischen Philosophie, Moral und Naturrecht

Salzburg 1796

Diss. 735,3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10841686-7
VD18 15172716-001